

I. Планируемые результаты освоения учебного предмета.

Стандарт устанавливает требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы:

личностным, включающим готовность и способность обучающихся к саморазвитию и личностному самоопределению, сформированность их мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности, системы значимых социальных и межличностных отношений, ценностно-смысловых установок, отражающих личностные и гражданские позиции в деятельности, антикоррупционное мировоззрение, правосознание, экологическую культуру, способность ставить цели и строить жизненные планы, способность к осознанию российской гражданской идентичности в поликультурном социуме;

метапредметным, включающим освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности;

предметным, включающим освоенные обучающимися в ходе изучения учебного предмета умения, специфические для данной предметной области, виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях, формирование научного типа мышления, владение научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами.

Личностные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать:

1) российскую гражданскую идентичность, патриотизм, уважение к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение государственных символов (герб, флаг, гимн);

2) гражданскую позицию как активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, обладающего чувством собственного достоинства, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности;

3) сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;

4) сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;

5) толерантное сознание и поведение в поликультурном мире, готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения, способность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям;

6) навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

7) нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей;

8) готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

9) эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, общественных отношений;

10) бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью, как собственному, так и других людей, умение оказывать первую помощь;

11) осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать:

1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

6) умение определять назначение и функции различных социальных институтов;

7) умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учетом гражданских и нравственных ценностей;

8) владение языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

9) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

1. Регулятивные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;

- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

2. Познавательные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

3. Коммуникативные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Изучение предметной области "Математика" должно обеспечить:

- сформированность представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математики;
- сформированность основ логического, алгоритмического и математического мышления;
- сформированность умений применять полученные знания при решении различных задач;
- сформированность представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;

Предметные результаты изучения предметной области "Математика" включают предметные результаты изучения учебных предметов:

"Математика" (включая алгебру и начала математического анализа, геометрию) (базовый уровень) - требования к предметным результатам освоения базового курса математики должны отражать:

- 1) сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
- 2) сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- 3) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- 4) владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- 5) сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
- 6) владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- 7) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- 8) владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач;
- 9) для слепых и слабовидящих обучающихся:
 - овладение правилами записи математических формул и специальных знаков рельефно-точечной системы обозначений Л. Брайля;
 - овладение тактильно-осозательным способом обследования и восприятия рельефных изображений предметов, контурных изображений геометрических фигур и другое;
 - наличие умения выполнять геометрические построения с помощью циркуля и линейки, читать рельефные графики элементарных функций на координатной плоскости, применять специальные приспособления для рельефного черчения ("Драфтсмен", "Школьник");

овладение основным функционалом программы не визуального доступа к информации на экране персонального компьютера, умение использовать персональные тифлотехнические средства информационно-коммуникационного доступа слепыми обучающимися;

10) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

овладение специальными компьютерными средствами представления и анализа данных и умение использовать персональные средства доступа с учетом двигательных, речедвигательных и сенсорных нарушений;

наличие умения использовать персональные средства доступа.

"Математика" (включая алгебру и начала математического анализа, геометрию) (углубленный уровень) - требования к предметным результатам освоения углубленного курса математики должны включать требования к результатам освоения базового курса и дополнительно отражать:

1) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

2) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

3) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

4) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

5) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

Раздел	Базовый уровень «Проблемно-функциональные результаты»		Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»	
	I. Выпускник научится	III. Выпускник получит возможность научиться	II. Выпускник научится	IV. Выпускник получит возможность научиться
Цели освоения предмета	Для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики	Для развития мышления, использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики	Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики	Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук
Требования к результатам				
Элементы теории	– Оперировать на базовом уровне ¹ понятиями: конечное	– Оперировать ² понятиями: конечное множество, эле-	– Свободно оперировать ³ понятиями: конечное множество, элемент мно-	– Достижение результатов раздела II;

¹Здесь и далее: распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия.

<p>множеств и математической логики</p>	<p>множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал;</p> <ul style="list-style-type: none"> – оперировать на базовом уровне понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; – находить пересечение и объединение двух множеств, представленных графически на числовой прямой; – строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями; – распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать числовые множества на координатной прямой для описания реальных процессов и явлений; – проводить логические рассуждения в ситуациях повседневной жизни 	<p><i>мент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; – проверять принадлежность элемента множеству; – находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости; – проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений; 	<p>жества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;</p> <ul style="list-style-type: none"> – задавать множества перечислением и характеристическим свойством; – оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; – проверять принадлежность элемента множеству; – находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости; – проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений; – проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов 	<ul style="list-style-type: none"> – оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем; – понимать суть косвенного доказательства; – оперировать понятиями счетного и несчетного множества; – применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов
--	---	---	---	---

² Здесь и далее; знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, решении задач.

³ Здесь и далее; знать определение понятия, знать и уметь обосновывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

		<ul style="list-style-type: none"> – проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов 		
Числа и выражения	<ul style="list-style-type: none"> – Оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб; – оперировать на базовом уровне понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину; – выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами; – выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел; – сравнивать рациональные числа между собой; – оценивать и сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, 	<ul style="list-style-type: none"> – Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб; – приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости; – оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа e и π; – выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства; – находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вы- 	<ul style="list-style-type: none"> – Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; – понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел; – переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую; – доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач; – выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью; – сравнивать действительные числа разными способами; – упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2; – находить НОД и НОК разными 	<ul style="list-style-type: none"> – Достижение результатов раздела II; – свободно оперировать числовыми множествами при решении задач; – понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств; – владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач – иметь базовые представления о множестве комплексных чисел; – свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений; – владеть формулой бинома Ньютона; – применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД; – применять при решении задач Китайскую теорему об остатках; – применять при решении задач Малую теорему

	<p>корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;</p> <ul style="list-style-type: none"> – изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа; – изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях; – выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений; – выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие; – вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; – изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах; – оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – выполнять вычисления при решении задач практического характера; – выполнять практические расчеты с использованием при 	<p><i>числительные устройства;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; – проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции; – находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; – изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах; – использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов; – выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства; 	<p>способами и использовать их при решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> – выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней; – выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений; – записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения; – составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов 	<p><i>Ферма;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления; – применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера; – применять при решении задач цепные дроби; – применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами; – владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач; – применять при решении задач Основную теорему алгебры; – применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования
--	--	---	---	---

	<p>необходимости справочных материалов и вычислительных устройств;</p> <ul style="list-style-type: none"> – соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями; – использовать методы округления, приближения и прикидки при решении практических задач повседневной жизни 	<ul style="list-style-type: none"> – оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира 		
Уравнения и неравенства	<ul style="list-style-type: none"> – Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения; – решать логарифмические уравнения вида $\log_a (bx + c) = d$ и простейшие неравенства вида $\log_a x < d$; – решать показательные уравнения, вида $a^{bx+c} = d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a) и простейшие неравенства вида $a^x < d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a); – приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, где a – табличное значение соответствующей тригонометрической функции. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – составлять и решать уравнения и системы уравнений при ре- 	<ul style="list-style-type: none"> – Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы; – использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных; – использовать метод интервалов для решения неравенств; – использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств; – изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств; – выполнять отбор корней 	<ul style="list-style-type: none"> – Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений; – решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные; – овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач; – применять теорему Безу к решению уравнений; – применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй; – понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их 	<ul style="list-style-type: none"> – Достижение результатов раздела II; – свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; – свободно решать системы линейных уравнений; – решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами; – применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли; – иметь представление о неравенствах между средними степенными

	<p>шении несложных практических задач</p>	<p><i>уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.</i></p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов; – использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач; – уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи 	<p>доказывать;</p> <ul style="list-style-type: none"> – владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор; – использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения; – решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами; – владеть разными методами доказательства неравенств; – решать уравнения в целых числах; – изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами; – свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов; – выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов; – составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов; 	
--	---	---	--	--

			<ul style="list-style-type: none"> – составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты; – использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств 	
Функции	<ul style="list-style-type: none"> – Оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период; – оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции; – распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций; – соотносить графики элементарных функций: прямой и об- 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;</i> – <i>оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;</i> – <i>определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;</i> – <i>строить графики изученных функций;</i> 	<ul style="list-style-type: none"> – Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач; – владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач; – владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач; – владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач; – владеть понятиями тригонометри- 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>Достижение результатов раздела II;</i> – <i>владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;</i> – <i>применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков</i>

	<p>ратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы;</p> <ul style="list-style-type: none"> – находить по графику приближённо значения функции в заданных точках; – определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т.п.); – строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания / убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов и т.д.). <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – определять по графикам свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства и т.п.); – интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;</i> – <i>строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);</i> – <i>решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.</i> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – <i>определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);</i> – <i>интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;</i> – <i>определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке,</i> 	<p>ческие функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> – владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач; – применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; – применять при решении задач преобразования графиков функций; – владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия; – применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.); – интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации; – определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.) 	
--	---	--	---	--

		<p><i>радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)</i></p>		
<p>Элементы математического анализа</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Оперировать на базовом уровне понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции; – определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведенной в этой точке; – решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции – с другой. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т.п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т.п.) величин в реальных процессах; – соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т.п.); – использовать графики реальных процессов для решения 	<ul style="list-style-type: none"> – Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции; – вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций; – вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы; – исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.; 	<ul style="list-style-type: none"> – Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач; – применять для решения задач теорию пределов; – владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности; – владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции; – вычислять производные элементарных функций и их комбинаций; – исследовать функции на монотонность и экстремумы; – строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром; – владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач; – владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл; – применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с ис- 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>Достижение результатов раздела II;</i> – свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной; – свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость; – оперировать понятием первообразной функции для решения задач; – овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях; – оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков; – уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций; – уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса; – уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);

	<p>несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса</p>	<ul style="list-style-type: none"> – <i>интерпретировать полученные результаты</i> 	<p>следованием характеристик процессов;</p> <ul style="list-style-type: none"> – интерпретировать полученные результаты 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;</i> – <i>владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость</i>
<p>Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Оперировать на базовом уровне основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения; – оперировать на базовом уровне понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновероятными элементарными событиями; – вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – оценивать и сравнивать в простых случаях вероятности событий в реальной жизни; – читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;</i> – <i>иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;</i> – <i>иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</i> – <i>понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;</i> – <i>иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;</i> – <i>иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;</i> – <i>иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.</i> 	<ul style="list-style-type: none"> – Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее; – оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов; – владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач; – иметь представление об основах теории вероятностей; – иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин; – иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин; – иметь представление о совместных распределениях случайных величин; – понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей; – иметь представление о нормальном 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>Достижение результатов раздела II;</i> – <i>иметь представление о центральной предельной теореме;</i> – <i>иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;</i> – <i>иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;</i> – <i>иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;</i> – <i>иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;</i> – <i>владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении за-</i>

		<p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни; – выбирать подходящие методы представления и обработки данных; – уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях 	<p>распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</p> <ul style="list-style-type: none"> – иметь представление о корреляции случайных величин. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни; – выбирать методы подходящего представления и обработки данных 	<p>дач;</p> <ul style="list-style-type: none"> – иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач; – владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач; – уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа; – иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути; – владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач; – уметь применять метод математической индукции; – уметь применять принцип Дирихле при решении задач
Текстовые задачи	<ul style="list-style-type: none"> – Решать несложные текстовые задачи разных типов; – анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель; – понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, 	<ul style="list-style-type: none"> – Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности; – выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; – строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения; 	<ul style="list-style-type: none"> – Решать разные задачи повышенной трудности; – анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; – строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи; – решать задачи, требующие перебо- 	<ul style="list-style-type: none"> – Достижение результатов раздела II

	<p>схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков;</p> <ul style="list-style-type: none"> – действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи; – использовать логические рассуждения при решении задачи; – работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи; – осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии; – анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; – решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.; – решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью; – решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек; – решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временной 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</i> – <i>анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</i> – <i>переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;</i> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – <i>решать практические задачи и задачи из других предметов</i> 	<p>ра вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</p> <ul style="list-style-type: none"> – анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; – переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – решать практические задачи и задачи из других предметов 	
--	--	---	---	--

	<p>оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.;</p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т.п. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – решать несложные практические задачи, возникающие в ситуациях повседневной жизни 			
<p>Геометрия</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей; – распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб); – изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов; – делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; – извлекать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках; 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;</i> – <i>применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;</i> – <i>решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;</i> – <i>делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;</i> – <i>извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на</i> 	<ul style="list-style-type: none"> – Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений; – самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в сложных случаях классификацию фигур по различным основаниям; – исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах; – решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, ис- 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>Иметь представление об аксиоматическом методе;</i> – <i>владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;</i> – <i>уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;</i> – <i>владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;</i> – <i>иметь представление о двойственности правильных многогранников;</i>

<ul style="list-style-type: none"> – применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур; – находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников с применением формул; – распознавать основные виды тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар); – находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников и тел вращения с применением формул. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями; – использовать свойства пространственных геометрических фигур для решения типовых задач практического содержания; – соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера; – соотносить объемы сосудов одинаковой формы различного размера; – оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т.п. (определять количество вершин, ребер и граней полученных многогранников) 	<p><i>чертежах;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения; – описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве; – формулировать свойства и признаки фигур; – доказывать геометрические утверждения; – владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды); – находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул; – вычислять расстояния и углы в пространстве. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний 	<ul style="list-style-type: none"> – следовать возможности применения теорем и формул для решения задач; – уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения; – владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр; – иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач; – уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов; – иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними; – применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач; – уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур; – уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач; – владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач; – владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач; – владеть понятием угол между пря- 	<ul style="list-style-type: none"> – владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций; – иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника; – иметь представление о конических сечениях; – иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач; – применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости; – владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач; – применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат; – иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач; – применять теоремы об
---	---	--	---

			<p>мой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> – владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач; – владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач; – владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач; – владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач; – иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках; – владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач; – владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач; – владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач; – иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач; – владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач; – иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении 	<p><i>отношениях объемов при решении задач;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – <i>применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;</i> – <i>иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;</i> – <i>иметь представление о площади ортогональной проекции;</i> – <i>иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;</i> – <i>иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;</i> – <i>уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;</i> – <i>уметь применять формулы объемов при решении задач</i>
--	--	--	--	--

			<p>задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> – иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач; – уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения; – иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур. <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат 	
<p>Векторы и координаты в пространстве</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Оперировать на базовом уровне понятием декартовы координаты в пространстве; – находить координаты вершин куба и прямоугольного параллелепипеда 	<ul style="list-style-type: none"> – Оперировать понятиями декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы; – находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам; – задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат; – решать простейшие задачи 	<ul style="list-style-type: none"> – Владеть понятиями векторы и их координаты; – уметь выполнять операции над векторами; – использовать скалярное произведение векторов при решении задач; – применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач; – применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач 	<ul style="list-style-type: none"> – Достижение результатов раздела II; – находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин; – задавать прямую в пространстве; – находить расстояние от точки до плоскости в системе координат; – находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат

		<i>введением векторного базиса</i>		
История математики	<ul style="list-style-type: none"> – Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки; – знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей; – понимать роль математики в развитии России 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;</i> – <i>понимать роль математики в развитии России</i> 	<ul style="list-style-type: none"> – Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки; – понимать роль математики в развитии России 	<i>Достижение результатов раздела II</i>
Методы математики	<ul style="list-style-type: none"> – Применять известные методы при решении стандартных математических задач; – замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности; – приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</i> – <i>применять основные методы решения математических задач;</i> – <i>на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</i> – <i>применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач</i> 	<ul style="list-style-type: none"> – Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение; – применять основные методы решения математических задач; – на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства; – применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач; – пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов 	<ul style="list-style-type: none"> – <i>Достижение результатов раздела II;</i> – <i>применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)</i>

II. Содержание учебного предмета.

10 класс

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств

с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции $y = \sqrt{x}$. Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и нечетные множества. *Множества на координатной плоскости.*

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. *Алгебра высказываний.* Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.

Законы логики. *Основные логические правила.* Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, *основных логических правил.*

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. *Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному.* Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. q-ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.

Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и нечетные функции. *Функции «дробная часть числа» $y = \{x\}$ и «целая часть числа» $y = [x]$.*

Тригонометрические функции числового аргумента $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Свойства и графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения. *Иррациональные неравенства.*

Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы иррациональных уравнений. Системы иррациональных неравенств.

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.

Понятие предела функции в точке. *Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших.* Непрерывность функции. *Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.*

Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.

Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике.* Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.*

Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика

Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

Геометрия

Повторение. Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. *Понятие об аксиоматическом методе.*

Теорема Менелая для тетраэдра. Построение сечений многогранников методом следов.

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. *Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.*

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур.

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.

Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.*

Виды многогранников. *Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.*

Теорема Эйлера. Правильные многогранники. Двойственность правильных многогранников.

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равно наклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Усеченная пирамида.

Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.

11 класс

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график. Число e и функция $y = e^x$.

Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Первичные представления о множестве комплексных чисел. *Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.*

Системы показательных и логарифмических уравнений. Системы показательных и логарифмических неравенств.

Уравнения, системы уравнений с параметром.

Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.

Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.

Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона–Лейбница. Определенный интеграл. *Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.*

Методы решения функциональных уравнений и неравенств.

Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика

Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. *Гипергеометрическое распределение и его свойства.*

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

Показательное распределение, его параметры.

Распределение Пуассона и его применение. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). Центральная предельная теорема.

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.

Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция.

Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле.

Кодирование. Двоичная запись.

Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.

Геометрия

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

Усеченный конус.

Элементы сферической геометрии. Конические сечения.

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.

Уравнение плоскости. Геометрические места точек в пространстве. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.

Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.

Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.

Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.

Площадь сферы.

Развертка цилиндра и конуса. Площадь поверхности цилиндра и конуса.

Комбинации многогранников и тел вращения.

Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

III. Тематическое планирование с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы.

10 класс.

№	Тема урока	Кол-во часов
Повторение (16 ч).		
1	Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов.	1
2	Решение задач с использованием свойств степеней и корней.	1
3	Решение задач с использованием многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.	1
4	Решение задач с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем.	1
5	Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей.	1
6	Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками.	1
7	Модуль числа и его свойства. Решение задач с использованием модулей чисел. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.	1
8	Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы.	1
9	Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.	1
10	Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции $y = \sqrt{x}$.	1
11	Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. <i>Решение задач с помощью векторов и координат.</i>	1
12	Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил.	1
13	Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Графическое решение уравнений и неравенств.	1
14	Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений.	1
15	Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.	1
16	Входная мониторинговая работа в рамках реализации региональной системы оценки качества образования.	1
Введение в стереометрию (2 ч).		
17	Основные понятия геометрии в пространстве.	1
18	Аксиомы стереометрии и следствия из них. <i>Понятие об аксиоматическом методе.</i>	1
Множества. Математическая логика. Функции (4 ч).		
19	Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Счетные и несчетные множества.	1
20	Способы задания множеств. Подмножество. <i>Множества на координатной плоскости.</i>	1

21	Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера.	1
22	Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. <i>Алгебра высказываний.</i>	1
Введение в стереометрию (2 ч).		
23	Аксиомы стереометрии и следствия из них.	1
24	Виды многогранников. <i>Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.</i>	1
Множества. Математическая логика. Функции (4 ч).		
25	Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.	1
26	Законы логики. <i>Основные логические правила.</i> Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, <i>основных логических правил.</i>	1
27	Использование операций над множествами и высказываниями.	1
28	Использование операций над множествами и высказываниями.	1
Введение в стереометрию (2 ч).		
29	Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.	1
30	Правильные многогранники. <i>Теорема Эйлера. Двойственность правильных многогранников.</i>	1
Множества. Математическая логика. Функции (4 ч).		
31	Контрольная работа № 1 по теме «Множества. Математическая логика».	1
32	Функция и её свойства. Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность.	1
33	Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период.	1
34	Четные и нечетные функции. <i>Функции «дробная часть числа» $y = \{x\}$ и «целая часть числа» $y = [x]$.</i>	1
Введение в стереометрию (2 ч).		
35	<i>Теорема Менелая для тетраэдра.</i>	1
36	Построение сечений многогранников методом следов.	1
Множества. Математическая логика. Функции (4 ч).		
37	Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей.	1
38	Графические методы решения уравнений и неравенств.	1
39	Взаимно обратные функции.	1
40	Графики взаимно обратных функций.	1
Введение в стереометрию (1 ч).		
41	Контрольная работа № 2 по теме «Введение в стереометрию».	1
Параллельность в пространстве (1 ч).		
42	Взаимное расположение двух прямых в пространстве.	1
Множества. Математическая логика. Функции (4 ч).		
43	Метод интервалов для решения неравенств.	1
44	Метод интервалов для решения неравенств.	1
45	Метод интервалов для решения неравенств.	1

46	Контрольная работа № 3 по теме «Функции».	1
Параллельность в пространстве (2 ч).		
47	Скрещивающиеся прямые в пространстве.	1
48	<i>Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.</i>	1
Степенная функция (4 ч).		
49	Умозаключения. Виды математических утверждений. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. <i>Виды доказательств.</i>	1
50	<i>Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия. Математическая индукция.</i>	1
51	<i>Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках.</i>	1
52	<i>Малая теорема Ферма. q-ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.</i>	1
Параллельность в пространстве (2 ч).		
53	Параллельность прямой и плоскости.	1
54	Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве.	1
Степенная функция (4 ч).		
55	Степенная функция и ее свойства и график.	1
56	Степенная функция и ее свойства и график.	1
57	Определение корня n-ой степени.	1
58	Функция $y = \sqrt[n]{x}$.	1
Параллельность в пространстве (2 ч).		
59	Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве.	1
60	Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве.	1
Степенная функция (4 ч).		
61	Свойства корня n-ой степени.	1
62	Свойства корня n-ой степени.	1
63	Свойства корня n-ой степени.	1
64	Контрольная работа № 4 по теме «Корень n-ой степени и его свойства».	1
Параллельность в пространстве (2 ч).		
65	Параллельность плоскостей.	1
66	Параллельность плоскостей.	1
Степенная функция (4 ч).		
67	Степень с рациональным показателем, свойства степени.	1
68	Степень с рациональным показателем, свойства степени.	1
69	Иррациональные уравнения.	1
70	Решение иррациональных уравнений.	1

Параллельность в пространстве (2 ч).		
71	Параллельность плоскостей.	1
72	<i>Движения в пространстве: симметрия относительно плоскости, центральная симметрия.</i>	1
Степенная функция (4 ч).		
73	Системы иррациональных уравнений.	1
74	<i>Иррациональные неравенства. Решение иррациональных неравенств.</i>	1
75	Системы иррациональных неравенств.	1
76	Контрольная работа № 5 по теме «Степень с рациональным показателем. Иррациональные уравнения и неравенства».	1
Параллельность в пространстве (2 ч).		
77	<i>Движения в пространстве: параллельный перенос, поворот относительно прямой.</i>	1
78	Параллельное проектирование и изображение фигур.	1
Тригонометрические функции (4 ч).		
79	Решение задач с использованием градусной меры угла. Радианная мера угла, тригонометрическая окружность.	1
80	Радианная мера угла, тригонометрическая окружность.	1
81	Тригонометрические функции чисел и углов.	1
82	Тригонометрические функции чисел и углов.	1
Параллельность в пространстве (2 ч).		
83	Построение сечений многогранников.	1
84	Контрольная работа № 6 по теме «Параллельность в пространстве».	1
Тригонометрические функции (4 ч).		
85	Тригонометрические функции числового аргумента $y = \cos x$, $y = \sin x$.	1
86	Тригонометрические функции числового аргумента $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$.	1
87	Свойства и графики тригонометрических функций.	1
88	Свойства и графики тригонометрических функций.	1
Перпендикулярность в пространстве (2 ч).		
89	Углы в пространстве.	1
90	Скрещивающиеся прямые. Угол между ними.	1
Тригонометрические функции (4 ч).		
91	Свойства и графики тригонометрических функций.	1
92	Подготовка к контрольной работе.	1
93	Контрольная работа № 7 по теме «Тригонометрические функции».	1
94	Основные соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.	1
Перпендикулярность в пространстве (2 ч).		
95	Перпендикулярность прямой и плоскости.	1
96	Перпендикулярность прямой и плоскости.	1
Тригонометрические функции (4 ч).		

97	Основные соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.	1
98	Формулы сложения тригонометрических функций.	1
99	Формулы сложения тригонометрических функций.	1
100	Формулы приведения.	1
Перпендикулярность в пространстве (2 ч).		
101	Перпендикулярность прямой и плоскости.	1
102	Наклонные и проекции.	1
Тригонометрические функции (4 ч).		
103	Формулы приведения.	1
104	Контрольная работа за I учебное полугодие в рамках реализации региональной системы оценки качества образования.	1
105	Формулы двойного и половинного аргумента.	1
106	Формулы двойного и половинного аргумента.	1
Перпендикулярность в пространстве (2 ч).		
107	Наклонные и проекции.	1
108	Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.	1
Тригонометрические функции (4 ч).		
109	Формулы двойного и половинного аргумента.	1
110	Формулы двойного и половинного аргумента.	1
111	Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.	1
112	Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.	1
Перпендикулярность в пространстве (2 ч).		
113	Теорема о трех перпендикулярах.	1
114	Теорема о трех перпендикулярах.	1
Тригонометрические функции (4 ч).		
115	Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.	1
116	Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.	1
117	Подготовка к контрольной работе по теме «Тригонометрические функции».	1
118	Контрольная работа № 8 по теме «Тригонометрические функции».	1
Перпендикулярность в пространстве (2 ч).		
119	Теорема о трех перпендикулярах.	1
120	Подготовка к контрольной работе по теме «Перпендикулярность в пространстве».	1
Тригонометрические уравнения и неравенства (4 ч).		
121	Простейшие тригонометрические уравнения, $\cos x = b$.	1
122	Простейшие тригонометрические уравнения, $\sin x = b$.	1
123	Простейшие тригонометрические уравнения.	1
124	Простейшие тригонометрические уравнения.	1

Перпендикулярность в пространстве (2 ч).		
125	Контрольная работа № 9 по теме «Перпендикулярность в пространстве».	1
126	Угол между прямой и плоскостью.	1
Тригонометрические уравнения и неравенства (4 ч).		
127	Простейшие тригонометрические уравнения, $\operatorname{tg} x = b$, $\operatorname{ctg} x = b$.	1
128	Простейшие тригонометрические уравнения, $\operatorname{tg} x = b$, $\operatorname{ctg} x = b$.	1
129	Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики.	1
130	Обратные тригонометрические функции.	1
Перпендикулярность в пространстве (2 ч).		
131	Двугранный угол. <i>Трехгранный и многогранный угол.</i>	1
132	<i>Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла.</i>	1
Тригонометрические уравнения и неравенства (4 ч).		
133	Обратные тригонометрические функции.	1
134	Тригонометрические уравнения.	1
135	Тригонометрические уравнения.	1
136	Тригонометрические уравнения.	1
Перпендикулярность в пространстве (2 ч).		
137	<i>Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.</i>	1
138	Перпендикулярные плоскости.	1
Тригонометрические уравнения и неравенства (4 ч).		
139	Тригонометрические уравнения.	1
140	Однородные тригонометрические уравнения.	1
141	Однородные тригонометрические уравнения.	1
142	Однородные тригонометрические уравнения.	1
Перпендикулярность в пространстве (2 ч).		
143	Перпендикулярные плоскости.	1
144	Перпендикулярные плоскости.	1
Тригонометрические уравнения и неравенства (4 ч).		
145	Тригонометрические уравнения.	1
146	Простейшие системы тригонометрических уравнений.	1
147	Простейшие системы тригонометрических уравнений.	1
148	Простейшие тригонометрические неравенства.	1
Перпендикулярность в пространстве (2 ч).		
149	Ортогональное проектирование. <i>Площадь ортогональной проекции.</i>	1
150	<i>Перпендикулярное сечение призмы.</i>	1
Тригонометрические уравнения и неравенства (3 ч).		

151	Решение простейших тригонометрических неравенств.	1
152	Решение простейших тригонометрических неравенств.	1
153	Контрольная работа № 10 по теме «Тригонометрические уравнения и неравенства».	1
Производная и её применение (1 ч).		
154	Понятие предела функции в точке. <i>Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших.</i>	1
Многогранники (2 ч).		
155	Призма.	1
156	Призма.	1
Производная и её применение (4 ч).		
157	Непрерывность функции. <i>Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.</i>	1
158	<i>Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости. Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.</i>	1
159	Геометрический и физический смысл производной. <i>Применение производной в физике.</i>	1
160	Дифференцируемость функции. Производная функции в точке.	1
Перпендикулярность в пространстве (1 ч).		
161	Контрольная работа № 11 по теме «Перпендикулярность в пространстве».	1
Многогранники (1 ч).		
162	Призма. Площади поверхностей многогранников.	1
Производная и её применение (4 ч).		
163	Дифференцируемость функции. Производная функции в точке.	1
164	Производная функции в точке.	1
165	Производные элементарных функций.	1
166	Правила дифференцирования.	1
Многогранники (2 ч).		
167	Наклонные призмы.	1
168	Параллелепипед.	1
Производная и её применение (4 ч).		
169	Правила дифференцирования.	1
170	Правила дифференцирования.	1
171	Касательная к графику функции.	1
172	Касательная к графику функции.	1
Многогранники (2 ч).		
173	Свойства параллелепипеда.	1
174	Прямоугольный параллелепипед. Площади поверхностей многогранников.	1
Производная и её применение (4 ч).		
175	Касательная к графику функции.	1

176	Контрольная работа № 12 по теме «Производная».	1
177	Признаки возрастания и убывания функции.	1
178	Признаки возрастания и убывания функции.	1
Многогранники (2 ч).		
179	<i>Виды тетраэдров. Медианы и бимедианы тетраэдра.</i>	1
180	<i>Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр.</i>	1
Производная и её применение (4 ч).		
181	Признаки возрастания и убывания функции.	1
182	Точки экстремума (максимума и минимума).	1
183	Исследование элементарных функций на точки экстремума.	1
184	<i>Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.</i>	1
Многогранники (2 ч).		
185	<i>Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.</i>	1
186	Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды.	1
Производная и её применение (4 ч).		
187	Наибольшее и наименьшее значение с помощью производной.	1
188	Нахождение наибольшего и наименьшего значения с помощью производной.	1
189	Нахождение наибольшего и наименьшего значения с помощью производной.	1
190	Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.	1
Многогранники (2 ч).		
191	Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.	1
192	Усеченная пирамида.	1
Производная и её применение (4 ч).		
193	<i>Построение графиков функций с помощью производных.</i>	1
194	<i>Построение графиков функций с помощью производных.</i>	1
195	<i>Применение производной при решении задач.</i>	1
196	Контрольная работа № 13 по теме «Производная и её применение».	1
Многогранники (2 ч).		
197	Усеченная пирамида.	1
198	Многогранники.	1
Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика (4 ч).		
199	Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных.	1
200	Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения.	1
201	Использование комбинаторики. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами.	1

202	Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.	1
Многогранники (1 ч).		
203	Контрольная работа № 14 по теме «Многогранники».	1
Повторение (7 ч).		
204	Параллельность в пространстве.	1
205	Множества. Функции. Степенная функция.	1
206	Тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения и неравенства.	1
207	Производная и её применение.	1
208	Перпендикулярность в пространстве.	1
209	Многогранники.	1
210	Промежуточная аттестация. Итоговая контрольная работа.	1
	ИТОГО	210 час
	ИТОГО контрольных работ	17

11 класс.

№	Тема урока	Кол-во часов
Повторение (8 ч).		
1	Множества. Функции. Степенная функция.	1
2	Вероятность и статистика, логика и комбинаторика.	1
3	Тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения и неравенства.	1
4	Тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения и неравенства.	1
5	Параллельность в пространстве.	1
6	Перпендикулярность в пространстве.	1
7	Производная и её применение.	1
8	Входная мониторинговая работа в рамках реализации региональной системы оценки качества образования.	1
Показательная и логарифмическая функции (2 ч).		
9	Степень с действительным показателем, свойства степени.	1
10	Степень с действительным показателем, свойства степени.	1

Повторение (1 ч).		
11	Многогранники.	1
Координаты и векторы в пространстве (1 ч).		
12	Векторы и координаты.	1
Показательная и логарифмическая функции (4 ч).		
13	Показательная функция и ее свойства и график.	1
14	Число e и функция $y = e^x$.	1
15	Простейшие показательные уравнения.	1
16	Простейшие показательные уравнения.	1
Координаты и векторы в пространстве (2 ч).		
17	Векторы и координаты.	1
18	Векторы и координаты.	1
Показательная и логарифмическая функции (4 ч).		
19	Показательные уравнения.	1
20	Системы показательных уравнений.	1
21	Простейшие показательные неравенства.	1
22	Простейшие показательные неравенства.	1
Координаты и векторы в пространстве (2 ч).		
23	Сумма векторов.	1
24	Умножение вектора на число.	1
Показательная и логарифмическая функции (4 ч).		
25	Показательные неравенства.	1
26	Системы показательных неравенств.	1
27	Контрольная работа № 1 по теме «Показательная функция».	1
28	Логарифм, свойства логарифма.	1
Координаты и векторы в пространстве (2 ч).		
29	Подобие в пространстве.	1
30	<i>Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.</i>	1
Показательная и логарифмическая функции (4 ч).		
31	Десятичный и натуральный логарифм.	1
32	Преобразование логарифмических выражений.	1

33	Преобразование логарифмических выражений.	1
34	Преобразование логарифмических выражений.	1
Координаты и векторы в пространстве (2 ч).		
35	Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.	1
36	Угол между векторами.	1
Показательная и логарифмическая функции (4 ч).		
37	Логарифмическая функция и ее свойства и график.	1
38	Логарифмическая функция.	1
39	Логарифмическая функция.	1
40	Логарифмические уравнения.	1
Координаты и векторы в пространстве (2 ч).		
41	Скалярное произведение.	1
42	Скалярное произведение.	1
Показательная и логарифмическая функции (4 ч).		
43	Решение логарифмических уравнений.	1
44	Решение логарифмических уравнений.	1
45	Решение логарифмических уравнений.	1
46	Системы логарифмических уравнений.	1
Координаты и векторы в пространстве (2 ч).		
47	Уравнение плоскости. <i>Геометрические места точек в пространстве.</i>	1
48	Формула расстояния между точками.	1
Показательная и логарифмическая функции (4 ч).		
49	Системы логарифмических уравнений.	1
50	Логарифмические неравенства.	1
51	Решение логарифмических неравенств.	1
52	Решение логарифмических неравенств.	1
Координаты и векторы в пространстве (2 ч).		
53	<i>Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.</i>	1
54	<i>Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.</i>	1
Показательная и логарифмическая функции (4 ч).		
55	Системы логарифмических неравенств.	1

56	Системы логарифмических неравенств.	1
57	Производные показательной и логарифмической функции.	1
58	Производные показательной и логарифмической функции.	1
Координаты и векторы в пространстве (1 ч).		
59	Контрольная работа № 2 по теме «Координаты в пространстве».	1
Тела вращения (1 ч).		
60	Тела вращения: цилиндр. <i>Развертка цилиндра.</i>	1
Показательная и логарифмическая функции (3 ч).		
61	Производные показательной и логарифмической функции.	1
62	Подготовка к контрольной работе.	1
63	Контрольная работа № 3 по теме «Логарифмическая функция».	1
Интеграл (1 ч).		
64	Первообразная.	1
Тела вращения (2 ч).		
65	Площадь поверхности цилиндра.	1
66	Сечения цилиндра.	1
Интеграл (4 ч).		
67	Первообразные элементарных функций.	1
68	Первообразные элементарных функций.	1
69	Первообразные элементарных функций.	1
70	Неопределенный интеграл.	1
Тела вращения (2 ч).		
71	Комбинации многогранников и тел вращения.	1
72	Комбинации многогранников и тел вращения.	1
Интеграл (4 ч).		
73	Неопределенный интеграл.	1
74	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.	1
75	Определенный интеграл.	1
76	Площадь криволинейной трапеции.	1
Тела вращения (2 ч).		
77	Тела вращения: конус. <i>Развертка конуса.</i>	1

78	Площадь поверхности конуса.	1
Интеграл (4 ч).		
79	Площадь криволинейной трапеции.	1
80	<i>Вычисление площадей плоских фигур с помощью интеграла.</i>	1
81	<i>Вычисление объемов тел вращения с помощью интеграла.</i>	1
82	Подготовка к контрольной работе.	1
Тела вращения (2 ч).		
83	Сечения конуса. <i>Конические сечения.</i>	1
84	Усеченный конус.	1
Интеграл (1 ч).		
85	Контрольная работа № 4 по теме «Интеграл».	1
Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика (3 ч).		
86	<i>Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.</i>	1
87	Условная вероятность. Правило умножения вероятностей.	1
88	Формула полной вероятности. Формула Байеса.	1
Тела вращения (2 ч).		
89	Усеченный конус.	1
90	Комбинации многогранников и тел вращения.	1
Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика (4 ч).		
91	Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения.	1
92	Распределение суммы и произведения независимых случайных величин.	1
93	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.	1
94	Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение.	1
Тела вращения (2 ч).		
95	Комбинации многогранников и тел вращения.	1
96	Комбинации многогранников и тел вращения.	1
Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика (4 ч).		
97	Биномиальное распределение и его свойства. <i>Гипергеометрическое распределение и его свойства.</i>	1
98	Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения.	1
99	Равномерное распределение. <i>Показательное распределение, его параметры.</i>	1

100	<i>Распределение Пуассона и его применение.</i>	1
Тела вращения (2 ч).		
101	Контрольная работа № 5 по теме «Тела вращения».	1
102	Тела вращения: шар и сфера.	1
Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика (4 ч).		
103	Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения.	1
104	Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).	1
105	<i>Центральная предельная теорема.</i>	1
106	Контрольная работа за I учебное полугодие в рамках реализации региональной системы оценки качества образования.	1
Тела вращения (2 ч).		
107	Уравнение сферы.	1
108	Сечения шара.	1
Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика (4 ч).		
109	<i>Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли.</i>	1
110	<i>Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.</i>	1
111	Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции.	1
112	Совместные наблюдения двух случайных величин. <i>Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.</i>	1
Тела вращения (2 ч).		
113	Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).	1
114	<i>Элементы сферической геометрии.</i>	1
Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика (4 ч).		
115	<i>Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез.</i>	1
116	<i>Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция.</i>	1
117	<i>Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции.</i>	1
118	<i>Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле. Кодирование. Двоичная запись.</i>	1
Тела вращения (2 ч).		
119	Касательные прямые и плоскости.	1
120	Вписанные и описанные сферы.	1
Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика (3 ч).		
121	<i>Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности.</i>	1
122	<i>Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.</i>	1

123	Контрольная работа № 6 по теме «Элементы теории вероятности».	1
Комплексные числа (1 ч).		
124	Первичные представления о множестве комплексных чисел.	1
Тела вращения (2 ч).		
125	Вписанные и описанные сферы.	1
126	<i>Касающиеся сферы.</i>	1
Комплексные числа (4 ч).		
127	Первичные представления о множестве комплексных чисел. <i>Модуль и аргумент числа.</i>	1
128	Первичные представления о множестве комплексных чисел.	1
129	Комплексная плоскость.	1
130	<i>Тригонометрическая форма комплексного числа.</i>	1
Тела вращения (2 ч).		
131	<i>Комбинации тел вращения.</i>	1
132	<i>Комбинации тел вращения.</i>	1
Комплексные числа (4 ч).		
133	<i>Тригонометрическая форма комплексного числа.</i>	1
134	<i>Комплексно сопряженные числа.</i>	1
135	<i>Действия с комплексными числами.</i>	1
136	<i>Действия с комплексными числами.</i>	1
Тела вращения (1 ч).		
137	Контрольная работа № 7 по теме «Тела вращения».	1
Объёмы тел. Площадь сферы (1 ч).		
138	Понятие объема. <i>Аксиомы объема.</i>	1
Комплексные числа (4 ч).		
139	<i>Решение уравнений в комплексных числах.</i>	1
140	<i>Решение уравнений в комплексных числах.</i>	1
141	<i>Решение уравнений в комплексных числах.</i>	1
142	Контрольная работа № 8 по теме «Комплексные числа».	1
Объёмы тел. Площадь сферы (2 ч).		
143	Объёмы многогранников.	
144	<i>Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы.</i>	

Уравнения (4 ч).		
145	Уравнения, системы уравнений с параметром.	1
146	Уравнения, системы уравнений с параметром.	1
147	<i>Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов.</i>	1
148	<i>Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены.</i>	1
Объёмы тел. Площадь сферы (2 ч).		
149	<i>Формулы для нахождения объема тетраэдра.</i>	1
150	<i>Вывод формулы объема пирамиды.</i>	1
Уравнения (4 ч).		
151	<i>Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.</i>	1
152	<i>Диофантовы уравнения. Целые дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.</i>	1
153	<i>Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.</i>	1
154	<i>Методы решения функциональных уравнений и неравенств.</i>	1
Объёмы тел. Площадь сферы (2 ч).		
155	<i>Формула объема пирамиды.</i>	1
156	<i>Теоремы об отношениях объемов.</i>	1
Повторение (4 ч).		
157	Пробный экзамен в форме ЕГЭ в рамках реализации региональной системы оценки качества образования.	1
158	Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы.	1
159	Решение задач с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем.	1
160	Уравнения и неравенства.	1
Объёмы тел. Площадь сферы (2 ч).		
161	Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.	1
162	Контрольная работа № 9 по теме «Объёмы тел».	1
Повторение (4 ч).		
163	Уравнения и неравенства.	1
164	Модуль числа и его свойства. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.	1
165	Степень с рациональным показателем, свойства степени.	1
166	Решение иррациональных уравнений и неравенств.	1
Объёмы тел. Площадь сферы (2 ч).		
167	Объемы тел вращения.	1

168	Объемы тел вращения.	1
Повторение (4 ч).		
169	Степень с действительным показателем, свойства степени.	1
170	Показательные уравнения.	1
171	Показательные неравенства.	1
172	Показательные уравнения и неравенства.	1
Объёмы тел. Площадь сферы (2 ч).		
173	<i>Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения.</i>	1
174	<i>Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.</i>	1
Повторение (4 ч).		
175	Преобразование логарифмических выражений.	1
176	Логарифмические уравнения.	1
177	Логарифмические неравенства.	1
178	Логарифмические уравнения и неравенства.	1
Объёмы тел. Площадь сферы (2 ч).		
179	Площадь сферы.	1
180	Площадь сферы. <i>Площадь сферического пояса.</i>	1
Повторение (4 ч).		
181	Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.	1
182	Исследование элементарных функций на точки экстремума.	1
183	Нахождение наибольшего и наименьшего значения с помощью производной.	1
184	Производные показательной и логарифмической функции.	1
Объёмы тел. Площадь сферы (1 ч).		
185	Контрольная работа № 10 по теме «Объёмы тел. Площадь сферы».	1
Повторение (7 ч).		
186	Координаты и векторы в пространстве.	1
187	Первообразная. Неопределенный интеграл.	1
188	Определенный интеграл. Площадь криволинейной трапеции.	1
189	Тригонометрические функции чисел и углов.	1
190	Свойства и графики тригонометрических функций.	1
191	Тела вращения.	1

192	Комбинации многогранников и тел вращения.	1
193	Преобразование тригонометрических выражений.	1
194	Тригонометрические уравнения.	1
195	Тригонометрические уравнения и неравенства.	1
196	Тригонометрические уравнения и неравенства.	1
197	<i>Комбинации тел вращения.</i>	1
198	Объемы многогранников.	1
199	Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика.	1
200	Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика.	1
201	Объемы тел вращения. Площадь сферы.	1
201	Подготовка к контрольной работе.	1
203	Промежуточная аттестация. Итоговая контрольная работа.	1
204	Анализ итоговой контрольной работы.	1
	ИТОГО	204 час
	ИТОГО контрольных работ	13

IV. Оценочный материал.

Входная мониторинговая работа

1 вариант

1. В летнем лагере 245 детей и 29 воспитателей. В автобус помещается не более 46 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевести всех из лагеря в город.
2. В среднем из 1000 дамских сумок, поступивших в продажу, 12 с дефектами. Найдите вероятность того, что одна купленная дамская сумка окажется без дефекта.
3. Найдите корень уравнения: $-\frac{2}{5}x = -11\frac{3}{5}$
4. В равнобедренном треугольнике основание в два раза меньше боковой стороны, а периметр равен 50см. Найдите основание треугольника.
5. Один острый угол прямоугольного треугольника на 46 градусов больше другого. Найдите больший острый угол.
6. Заказ на 224 детали первый рабочий выполняет на 2 часа быстрее, чем второй рабочий. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 2 детали больше?
7. Найдите нули функции $y = \frac{x+6}{(x-8)(x^2+25)}$ (если они существуют).

8. Решить неравенство $6x^2 - 5x - 1 \leq 0$. В ответе укажите наименьшее целое решение.

9. Используя свойства степеней, вычислите $\frac{(3^2)^{5 \cdot 3^7}}{(3^5)^3}$

10. Вычислите $\frac{8,4}{2,8 \cdot 1,2}$

11. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ \frac{x+2}{5} + \frac{y}{2} = -1 \end{cases}$$

12. Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки DH , равного 15 сантиметрам и CH , равного 2 сантиметрам. Найдите высоту ромба.

2 вариант

1. В летнем лагере 152 ребенка и 16 воспитателей. В автобус помещается не более 44 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевести всех из лагеря в город.

2. В среднем из 1500 лампочек, поступивших в продажу, 3 неисправны. Найдите вероятность того, что одна купленная лампочка окажется исправной.

3. Найдите корень уравнения: $\frac{3}{8}x = 1\frac{1}{8}$

4. В равнобедренном треугольнике основание в два раза меньше боковой стороны, а периметр равен 80 см. Найдите основание треугольника.

5. Один острый угол прямоугольного треугольника на 44 градуса больше другого. Найдите больший острый угол.

6. Заказ на 154 детали первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй рабочий. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

7. Найдите нули функции $y = \frac{(x^2+4)(x+1)}{x-3}$ (если они существуют).

8. Решите неравенство $x^2 + 5x < 0$. В ответе укажите наименьшее целое решение.

9. Используя свойства степеней, вычислите: $\frac{(5^3)^7 \cdot 5^4}{(5^6)^4}$

10. Вычислите $\frac{5,6 \cdot 3,4}{11,9}$

11. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x - y = 10 \\ \frac{x}{3} + \frac{y+1}{5} = 1 \end{cases}$$

12. Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки DH , равного 12 сантиметрам и CH , равного 3 сантиметрам. Найдите высоту ромба.

Шкала перевода баллов в отметку

отметка	«2»	«3»	«4»	«5»
---------	-----	-----	-----	-----

баллы	0-6	7-8	9-10	11-12
-------	-----	-----	------	-------

Контрольная работа № 1 по теме «Множества. Математическая логика».

Вариант 1

- Какие из приведённых утверждений являются верными:
 - $\{\emptyset\} \subset \{a, b, c\}$;
 - $c \subset \{a, b, c\}$;
 - $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$;
 - $\emptyset \subset \{a\}$?
- Даны множества: $A = \{-4, 0, 5, 7\}$, $B = \{0, 6, 8\}$, $C = \{-4, 1, 2\}$. Найдите множество:
 - $A \cup B$;
 - $A \cap C$;
 - $A \setminus B$.

С помощью диаграммы Эйлера изобразите соотношение между множествами A , B и C .
- Курсы, предлагающие обучение английскому и французскому языкам, посещают 65 человек. Известно, что 20 человек изучают оба языка. Докажите, что один из языков изучают не менее 43 человек.
- Составьте таблицу истинности для логического выражения:
 - $\overline{A \wedge B}$;
 - $\overline{A \vee \overline{B}}$;
 - $(A \vee B) \Rightarrow \overline{C}$.
- Пусть f — функция истинности, A и B некоторые высказывания. Найдите $f(A)$, если $f(\overline{B \vee A}) = 1$ и $f(B) = 1$.
- На множестве R заданы предикаты $A(x) = \{x < 11\}$, $B(x) = \{x < -2\}$. Укажите область истинности предиката:
 - $A(x) \wedge B(x)$;
 - $A(x) \vee B(x)$;
 - $A(x) \Rightarrow B(x)$.
- Замените знак «*» на один из кванторов \forall или \exists так, чтобы полученное высказывание было истинным:
 - $(*x \in R) x^2 + 9 \geq 6x$;
 - $(*n \in N) (5n + 1) \vdots 7$.

Вариант 2

- Какие из приведённых утверждений являются верными:
 - $\emptyset \subset \{a, b\}$;
 - $b \subset \{a, b, c\}$;
 - $\{\emptyset\} \subset \{a, b, c\}$;
 - $\{c\} \subset \{a, b, c\}$?
- Даны множества: $A = \{-2, 1, 3, 12\}$, $B = \{2, 3, 10\}$, $C = \{-2, 1, 12\}$. Найдите множество:
 - $A \cup C$;
 - $A \cap B$;
 - $A \setminus C$.

С помощью диаграммы Эйлера изобразите соотношение между множествами A , B и C .
- В олимпиадах по математике и по физике приняли участие в общей сложности 76 человек. Известно, что в обеих олимпиадах принимали участие 15 человек. Докажите, что в одной из олимпиад приняли участие не менее 46 человек.
- Составьте таблицу истинности для логического выражения:
 - $\overline{A \Rightarrow B}$;
 - $\overline{A \wedge B}$;
 - $(\overline{A \wedge B}) \Leftrightarrow C$.
- Пусть f — функция истинности, A и B некоторые высказывания. Найдите $f(B)$, если $f(\overline{A \vee B}) = 0$ и $f(A) = 0$.
- На множестве R заданы предикаты $A(x) = \{x > -3\}$, $B(x) = \{x > 10\}$. Укажите область истинности предиката:
 - $A(x) \wedge B(x)$;
 - $A(x) \vee B(x)$;
 - $A(x) \Rightarrow B(x)$.
- Замените знак «*» на один из кванторов \forall или \exists так, чтобы полученное высказывание было истинным:
 - $(*x \in R) x^2 + 1 \leq 2x$;
 - $(*n \in N) (32n + 8) \vdots 4$.

Контрольная работа №2 по теме «Введение в стереометрию».

1 вариант

1) Основание AD трапеции $ABCD$ лежит в плоскости α . Через точки B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках E и F соответственно.

а) Каково взаимное расположение прямых EF и AB ?

б) Чему равен угол между прямыми EF и AB , если $\angle ABC = 150^\circ$?

Ответ обоснуйте.

2). Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, в котором диагонали AC и BD равны. Середины сторон этого четырехугольника соединены последовательно отрезками.

а) Выполните рисунок к задаче;

б) Докажите, что полученный четырехугольник – ромб.

2 вариант

1) Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC . Точка P – середина стороны AD , точка K – середина DC .

а) Каково взаимное расположение прямых

PK и AB ?

б) Чему равен угол между прямыми PK и

AB , если $\angle ABC = 40^\circ$ и $\angle BCA = 80^\circ$?

Ответ обоснуйте.

2). Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, M и N – середины сторон AB и BC соответственно, $E \in CD$, $K \in D$, $DA : EC = 1 : 2$, $DK : KA = 1 : 2$.

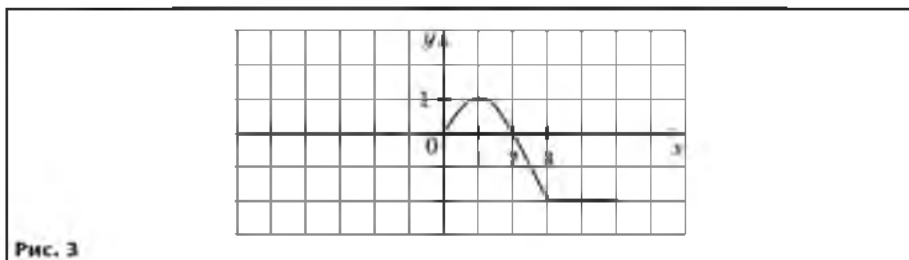
а) Выполните рисунок к задаче;

б) Докажите, что четырехугольник $MNEK$ – трапеция.

Контрольная работа № 3 по теме «Функции».

Вариант 1

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 - 4x$ на промежутке $[0; 3]$.
2. Исследуйте на чётность функцию:
 - 1) $y = \frac{4x}{x^2 - 8}$;
 - 2) $y = \frac{|x + 5| - |x - 5|}{x^2}$.
3. Найдите функцию, обратную к функции $y = \frac{2x - 1}{x - 3}$.
4. Постройте график функции $y = \sqrt{2|x| - 3} - 1$.
5. Найдите область значений функции $y = 9x + \frac{1}{x}$.
6. На рисунке 3 изображена часть графика чётной функции $y = f(x)$, определённой на промежутке $[-5; 5]$. Достройте график этой функции и найдите её наибольшее и наименьшее значения на промежутке $[-5; 5]$.



7. Решите неравенство:
 - 1) $(x - 2)(x + 6)(x - 4) > 0$;
 - 2) $(3 - x)(x - 4)(x - 9)^2 \geq 0$;
 - 3) $\frac{x}{x - 2} + \frac{4}{x} - \frac{13}{x^2 - 2x} \leq 0$.
 - 4) $(x^2 - 9)\sqrt{x - 1} \geq 0$.

Вариант 2

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 + 4x$ на промежутке $[-3; 0]$.
2. Исследуйте на чётность функцию:
 - 1) $y = \frac{5x^2}{x^2 - 7}$;
 - 2) $y = \frac{|x + 3| - |x - 3|}{x^2}$.
3. Найдите функцию, обратную к функции $y = \frac{3x - 2}{x + 4}$.
4. Постройте график функции $y = \sqrt{\frac{1}{2}|x|} - 1 - 3$.
5. Найдите область значений функции $y = x + \frac{16}{x}$.
6. На рисунке 4 изображена часть графика нечётной функции $y = f(x)$, определённой на промежутке $[-6; 6]$. Дорисуйте график этой функции и найдите её наибольшее и наименьшее значения на промежутке $[-6; 6]$.

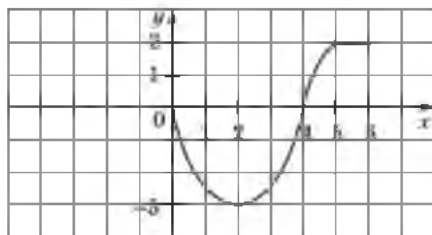


Рис. 4

7. Решите неравенство:
 - 1) $(x + 2)(x - 8)(x + 5) < 0$;
 - 2) $(x + 2)^2(x - 3)(4 - x) \geq 0$;
 - 3) $\frac{x}{x - 3} + \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2 - 3x} \leq 0$.
 - 4) $(x^2 - 4)\sqrt{x + 1} \geq 0$.

Контрольная работа № 4 по теме «Корень n-ой степени и его свойства».

Вариант 1

- Функция задана формулой $f(x) = x^{16}$. Сравните:
 - $f(5,6)$ и $f(2,4)$;
 - $f(-2,8)$ и $f(-7,3)$;
 - $f(4,5)$ и $f(-4,5)$;
 - $f(0,3)$ и $f(-0,8)$.
- Найдите значение выражения:
 - $\sqrt[4]{2^{12} \cdot 5^8}$;
 - $\frac{\sqrt[3]{432}}{\sqrt[2]{2}}$.
- Чётным или нечётным является натуральное число n в показателе степени функции $f(x) = x^{-n}$, если:
 - $f(-3) > f(1)$;
 - $f(-4) < f(1)$;
 - $f(5) < f(-6)$.
- Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^{-4}$ на промежутке $[2; 4]$.
- Упростите выражение:
 - $\sqrt[18]{a^3}$;
 - $\sqrt[3]{m^2 \sqrt[4]{m}}$;
 - $\sqrt[6]{a^8}$, если $a \geq 0$;
 - $\sqrt[4]{(a-1)^4}$, если $a \leq 1$.
- Постройте график функции $y = (\sqrt[4]{x-1})^4 + (\sqrt[4]{x-2})^4$.
- Внесите множитель под знак корня:
 - $(a-1)\sqrt[4]{a-2}$;
 - $(2-b)\sqrt[6]{b}$.
- Упростите выражение $\left(\frac{8}{\sqrt{x-1}} + \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[4]{x-1}} - \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt[3]{x+1}} \right) : \frac{3}{\sqrt{x-1}}$.
- Докажите, что значение выражения $\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}$ является целым числом.

Вариант 2

- Функция задана формулой $f(x) = x^{16}$. Сравните:
 - $f(3,6)$ и $f(1,8)$;
 - $f(-1,7)$ и $f(-2,5)$;
 - $f(-5,4)$ и $f(5,4)$;
 - $f(0,9)$ и $f(-0,2)$.
- Найдите значение выражения:
 - $\sqrt[6]{3^{12} \cdot 2^{18}}$;
 - $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[4]{3}}$.
- Чётным или нечётным является натуральное число n в показателе степени функции $f(x) = x^{-n}$, если:
 - $f(-5) < f(2)$;
 - $f(-7) > f(4)$;
 - $f(-9) > f(-1)$.
- Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^{-3}$ на промежутке $[-3; -1]$.
- Упростите выражение:
 - $\sqrt[28]{a^7}$;
 - $\sqrt[3]{b^3 \sqrt[4]{b^3}}$;
 - $\sqrt[6]{m^6}$, если $m \leq 0$;
 - $\sqrt[10]{(x-2)^{10}}$, если $x \geq 2$.
- Постройте график функции $y = (\sqrt[6]{x})^6 + (\sqrt[6]{x-3})^6$.
- Внесите множитель под знак корня:
 - $(x-3)\sqrt[6]{x-4}$;
 - $(5-y)\sqrt[4]{y}$.
- Упростите выражение $\left(\frac{\sqrt[6]{x+6}}{\sqrt[6]{x+2}} - \frac{\sqrt[6]{x+2}}{\sqrt[6]{x-2}} - \frac{6}{\sqrt[3]{x-4}} \right) : \frac{5}{\sqrt[3]{x-4}}$.
- Докажите, что значение выражения $\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}$ является целым числом.

Контрольная работа № 5 по теме «Степень с рациональным показателем. Иррациональные уравнения и неравенства».

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = \left((x - 2)^{\frac{1}{2}} \right)^{-4}$.

2. Упростите выражение:

1) $a^{\frac{3}{7}} a^{\frac{5}{14}}$;

2) $a^{\frac{7}{13}} : a^{\frac{1}{6}}$;

3) $(a^{-0,8})^4 \cdot (a^{-1,4})^{-2} : (a^{0,4})^{-6}$;

4) $\left(a^{\frac{5}{18}} b^{\frac{10}{27}} \right)^{\frac{9}{5}}$.

3. Решите уравнение:

1) $\sqrt{2x + 8} = x$;

2) $\sqrt{x - 2} \sqrt{x - 4} = 2x - 4$.

4. Сократите дробь:

1) $\frac{m - 3m^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{2}{3}} - 3}$;

2) $\frac{m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{1}{4}} + n^{\frac{1}{4}}}$;

3) $\frac{x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{2}}}$.

5. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x - 4} + 2\sqrt[4]{x - 4} = 35$;

2) $\sqrt{x + 5} - \sqrt{8 - x} = 1$;

3) $\sqrt[3]{1 - x} + \sqrt[3]{7 + x} = 2$.

6. Решите неравенство:

1) $\sqrt{8x + 9} < x$;

2) $\sqrt{7 + x} \geq 5 - x$.

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = \left((x - 5)^{\frac{1}{3}} \right)^{-6}$.

2. Упростите выражение:

1) $c^{\frac{4}{8}} c^{\frac{5}{16}}$;

2) $c^{\frac{5}{8}} : c^{\frac{1}{6}}$;

3) $(c^{0,6})^6 \cdot (c^{0,4})^{-7} : (c^{-1,6})^{-3}$;

4) $\left(b^{\frac{7}{30}} c^{\frac{3}{10}} \right)^{\frac{10}{21}}$.

3. Решите уравнение:

1) $\sqrt{2x + 48} = -x$;

2) $\sqrt{x - 1} \sqrt{x - 3} = 3x - 3$.

4. Сократите дробь:

1) $\frac{x + 7x^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{3}{5}} + 7}$;

2) $\frac{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{6}}}$;

3) $\frac{m^{\frac{1}{3}} n^{\frac{1}{4}} + 3m^{\frac{1}{4}} n^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{1}{2}} + 6m^{\frac{1}{4}} n^{\frac{1}{4}} + 9n^{\frac{1}{2}}}$.

5. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x - 2} + \sqrt[4]{x - 2} = 20$;

2) $\sqrt{2x + 7} - \sqrt{2 - x} = 2$;

3) $\sqrt[3]{3 - x} + \sqrt[3]{25 + x} = 4$.

6. Решите неравенство:

1) $\sqrt{7x + 8} < x$;

2) $\sqrt{3 + x} \geq 3 - x$.

1 вариант

1). Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:

- а). Параллельными;
- б). Скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2). Через точку O , лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_2B_2 , если $A_1B_1 = 12$ см, $B_1O:OB_2 = 3 : 4$.

3). Изобразите параллелепипед $ABCD A_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M , N и K , являющиеся серединами ребер AB , BC и DD_1 .

2 вариант

1). Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:

- а). Параллельными;
- б). Скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2). Через точку O , не лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_1B_1 , если $A_2B_2 = 15$ см, $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$.

3). Изобразите тетраэдр $DABC$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M и N , являющиеся серединами ребер DC и BC , и точку K , такую, что $K \in DA$, $AK : KD = 1 : 3$.

Вариант 1

1. Найдите значение выражения:

1) $\operatorname{tg} \frac{25\pi}{4}$;

2) $\cos(-690^\circ)$.

2. Определите знак значения выражения:

1) $\sin 124^\circ \cos 208^\circ \operatorname{tg}(-280^\circ)$;

2) $\sin \frac{7\pi}{10} \cos \frac{13\pi}{12}$.

3. Исследуйте на чётность функцию:

1) $f(x) = x^2 + 4 \cos x$;

2) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{1 - \sin x}$.

4. Найдите период функции $y = \sin 3x + \operatorname{tg} \frac{2x}{3}$.

5. Сравните значения выражений:

1) $\sin \frac{10\pi}{9}$ и $\sin \frac{12\pi}{11}$;

2) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{7\pi}{18} \right)$ и $\operatorname{ctg} \left(-\frac{3\pi}{7} \right)$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $\frac{(2 + \sin^2 x) \cos x}{\cos x}$.

7. Постройте график функции $f(x) = |\cos 3x|$, укажите ее промежутки возрастания и убывания.

8. Постройте график функции $y = \sqrt{\sin x - 1} + 2$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения:

1) $\operatorname{ctg} \frac{25\pi}{6}$;

2) $\sin(-1035^\circ)$.

2. Определите знак значения выражения:

1) $\cos 156^\circ \sin(-350^\circ) \operatorname{ctg} 230^\circ$;

2) $\cos \frac{13\pi}{15} \operatorname{ctg} \frac{23\pi}{18}$.

3. Исследуйте на чётность функцию:

1) $f(x) = x^3 - 5 \sin x$;

2) $f(x) = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1 + \cos x}$.

4. Найдите период функции $y = \cos 2x + \operatorname{tg} \frac{5x}{2}$.

5. Сравните значения выражений:

1) $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{8}$ и $\operatorname{tg} \frac{8\pi}{9}$;

2) $\cos\left(-\frac{11\pi}{20}\right)$ и $\cos\left(-\frac{6\pi}{11}\right)$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения

$$\frac{(4 - \cos^2 x) \sin x}{\sin x}$$

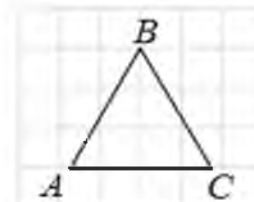
7. Постройте график функции $f(x) = \left| \sin \frac{x}{2} \right|$, укажите её промежутки возрастания и убывания.

8. Постройте график функции $y = \sqrt{\cos x - 1} - 2$.

ВАРИАНТ 1

Ответом к заданиям 1-8 является целое число или конечная десятичная дробь.

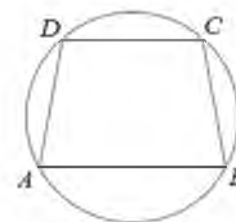
1. Пенал стоит 150 рублей. Какое наибольшее количество пеналов можно купить на 800 рублей, если пеналы подешевеют на 25 %?
2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



3. На конференцию приехали 7 ученых из Венгрии, 5 из Португалии и 2 из Франции. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четырнадцатым окажется доклад ученого из Венгрии.

4. Решите уравнение $\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

5. Основания равнобедренной трапеции равны 32 и 24. Радиус описанной окружности равен 20. Найдите высоту трапеции.



6. Найдите значение выражения

$$(4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a-3} - \frac{1}{2a+3} \right).$$

7. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 2$ м - начальный уровень воды, $a = \frac{1}{512}$ м/мин², и $b = -\frac{1}{8}$ м/мин - постоянные, t - время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

8. Из городов A и B навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в A , а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

Для заданий 9-10 запишите сначала номер выполняемого задания (9 или 10), а затем полное и обоснованное решение. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

9. а) Решите уравнение $3\cos 2x - 7\cos x - 2 = 0$.

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

10. В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD . В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона FH лежит на отрезке BC , а вершина E - на отрезке AB .

а) Докажите, что $FH = 2DH$.

б) Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 4$.

Контрольная работа № 8 по теме «Тригонометрические функции».

Вариант 1

1. Упростите выражение:

1) $\operatorname{tg} 8\alpha \operatorname{ctg} 8\alpha - \frac{\cos^2 6\alpha - 1}{1 - \sin^2 6\alpha}$;

2) $\sin \beta \cos 4\beta + \cos \beta \sin 4\beta$;

3) $\frac{\sin 6\alpha}{2 \sin 3\alpha}$;

4) $\frac{\sin 2\alpha + \sin 8\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 8\alpha}$;

5) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 6\alpha\right) + \cos(\pi - 6\alpha)$;

6) $2 \sin 5\alpha \cos 3\alpha - \sin 8\alpha$.

2. Дано: $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$, $\cos \beta = -\frac{12}{13}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$. Найдите $\sin(\alpha + \beta)$.

3. Докажите тождество:

1) $\frac{1}{1 - \operatorname{tg} 4\alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} 4\alpha} = \operatorname{tg} 8\alpha$;

2) $\operatorname{ctg} 4\beta \cos 2\beta + \sin 2\beta = \frac{1}{2 \sin 2\beta}$;

3) $\frac{\left(\sin(\pi - 3\alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)\right) \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3\alpha\right) - \cos(2\pi + \alpha)\right)}{1 - \cos(\pi - 2\alpha)} = -\sin 4\alpha$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $2 \sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha$.

5. Найдите значение выражения $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$.

6. Постройте график функции $y = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{4}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{4}}$.

Вариант 2

1. Упростите выражение:

1) $\operatorname{tg} 9\alpha \operatorname{ctg} 9\alpha - \frac{\sin^2 6\alpha - 1}{1 - \cos^2 6\alpha}$;

2) $\cos 6\varphi \cos 4\varphi - \sin 6\varphi \sin 4\varphi$;

3) $\frac{2 \cos 4\alpha}{\sin 8\alpha}$;

4) $\frac{\sin 6\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 6\alpha + \cos 2\alpha}$;

5) $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$;

6) $2 \cos 4\alpha \cos \alpha - \cos 3\alpha$.

2. Дано: $\sin \alpha = -\frac{8}{17}$, $\sin \beta = -0.8$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$. Найдите $\cos(\alpha + \beta)$.

3. Докажите тождество:

1) $\frac{\operatorname{tg} 5\alpha}{1 + \operatorname{tg} 5\alpha} + \frac{\operatorname{tg} 5\alpha}{1 - \operatorname{tg} 5\alpha} = \operatorname{tg} 10\alpha$;

2) $\cos 3\beta - \operatorname{ctg} 6\beta \sin 2\beta = \frac{1}{2 \cos 3\beta}$;

3) $\frac{\left(\cos(2\pi - \alpha) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 5\alpha\right)\right) \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi + 5\alpha)\right)}{1 + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 6\alpha\right)} = \sin 4\alpha$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $7 \cos^2 \alpha - 5 \sin^2 \alpha$.

5. Найдите значение выражения $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$.

6. Постройте график функции $y = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 2x}{1 + \operatorname{tg}^2 2x}$.

Контрольная работа № 9 по теме «Перпендикулярность в пространстве».

1 вариант

1. Дана треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, в которой M , K , N и P — внутренние точки ребер BB_1 , B_1C_1 , A_1C_1 и AA_1 соответственно — выбраны так, что прямые MN и KP пересекаются. Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке X_1 , прямые NP и AC — в точке X_2 , прямые MP и AB — в точке X_3 . Найдите длину отрезка X_1X_3 , если $X_1X_2 = 10$, $X_2X_3 = 12$.
2. Точка M выбрана вне плоскости ромба $ABCD$ так, что отрезки AM , BM и CM равны, а отрезок MD перпендикулярен плоскости ABC . Найдите углы ромба.
3. Дан куб $ABCA_1B_1C_1D_1$ с ребром 2.
 - а) Докажите, что прямая A_1C_1 перпендикулярна плоскости BDD_1 .
 - б) Докажите, что плоскость A_1C_1D перпендикулярна прямой BD_1 .
 - в) Через точку K — середину C_1D_1 — проведите прямую, перпендикулярную плоскости A_1C_1D .
 - г) Найдите длину отрезка проведенной прямой, расположенного внутри куба.
 - д) В каком отношении, считая от точки K , плоскость A_1C_1D делит этот отрезок?

2 вариант

1. Дан тетраэдр $ABCD$, в котором M , N и P — внутренние точки ребер AD , DB и DC соответственно — выбраны так, что прямые MP и AC пересекаются в точке Y_1 , прямые PN и BC — в точке Y_2 , прямые MN и AB — в точке Y_3 . Найдите длину отрезка Y_2Y_3 , если $Y_1Y_2 = 3$, $Y_1Y_3 = 5$.
2. $ABCD$ — трапеция ($AB \parallel CD$), в которой $\angle ADC = 50^\circ$. Точка M выбрана вне плоскости этой трапеции так, что отрезки MD , MC и MB равны, а отрезок MA перпендикулярен плоскости ABC . Найдите углы трапеции.
3. В правильном тетраэдре $ABCD$ с ребром 2 точка M — середина BD .
 - а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости AMC .
 - б) Через точку пересечения медиан треугольника ADC проведите прямую, перпендикулярную плоскости AMC .
 - в) Найдите длину отрезка проведенной прямой, расположенного внутри тетраэдра.
 - г) В каком отношении делит этот отрезок плоскость AMC ?
 - д) Найдите площадь сечения тетраэдра плоскостью, проходящей через середину CM перпендикулярно прямой AC .

Вариант 1

1. Решите уравнение:

1) $3\cos^2 x + 7\sin x - 5 = 0;$

2) $2\sin^2 x + 1.5\sin 2x - 3\cos^2 x = 1;$

3) $\sin 8x + \sin 10x + \cos x = 0;$

4) $\frac{\cos x - \cos 5x}{\cos 3x} = 0.$

2. Решите неравенство:

1) $\operatorname{tg}\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) \geq -\frac{\sqrt{3}}{3};$

2) $\sin x \operatorname{tg} 2x > 0.$

3. Решите уравнение $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 2 \cos 6x.$

4. Вычислите $\sin\left(\arccos \frac{2}{3}\right).$

Вариант 2

1. Решите уравнение:

1) $4\sin^2 x - 11\cos x - 1 = 0;$

2) $3\sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 2;$

3) $\cos 5x - \cos 7x + \sin x = 0;$

4) $\frac{\sin 2x - \sin 6x}{\sin 2x} = 0.$

2. Решите неравенство:

1) $\operatorname{ctg}\left(6x + \frac{\pi}{6}\right) \geq -\sqrt{3};$

2) $\cos x \operatorname{tg} 2x < 0.$

3. Решите уравнение $\sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \sin x.$

4. Вычислите $\cos\left(\arcsin \frac{1}{5}\right).$

1 вариант

- 1). Диагональ куба равна 6 см. Найдите:
 - а). Ребро куба;
 - б). Косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.
- 2). Сторона AB ромба $ABCD$ равна a , один из углов равен 60° . Через сторону AB проведена плоскость α на расстоянии $\frac{a}{2}$ от точки D .
 - а). Найдите расстояние от точки C до плоскости α ;
 - б). Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $DABM$, $M \in \alpha$.
 - в) Найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α .

2 вариант

1). Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ параллелепипеда равна $2\sqrt{6}$ см, а его измерения относятся как $1:1:2$. Найдите:

- Измерения параллелепипеда;
- Синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

2). Сторона квадрата $ABCD$ равна a . Через сторону AD проведена плоскость α на расстоянии $\frac{a}{2}$ от точки B .

- Найдите расстояние от точки C до плоскости α .
- Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $BADM$, $M \in \alpha$.
- Найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью α .

Вариант 1

1. Найдите производную функции:

1) $f(x) = 7x^6 - \frac{x^4}{4} + 5x^3 - 6;$

2) $f(x) = (3x + 1)\sqrt{x};$

3) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x};$

4) $f(x) = \sin^2 5x.$

2. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 2x$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$.

3. Материальная точка движется по координатной прямой по закону $s(t) = 2t^3 - 3t + 1$ (перемещение s измеряется в метрах, время t — в секундах). Найдите скорость её движения в момент времени $t_0 = 3$ с.

4. Найдите производную данной функции $y = x|x - 3|$ в точках $x = 1$ и $x = 4$.

5. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x) = x^2 - x\sqrt{3}$, в которой проведённая к нему касательная образует с положительным направлением оси абсцисс угол 30° .

6. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 3x - 8$, если эта касательная параллельна прямой $y = 5x + 1$.

7. В какой точке графика функции $y = x^2 - 4x + 6$ надо провести касательную, чтобы она проходила через точку с координатами $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$?

Вариант 2

1. Найдите производную функции:

1) $f(x) = 8x^5 - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 4$;

2) $f(x) = (3 - 4x)\sqrt{x}$;

3) $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x}$;

4) $f(x) = \cos^4 2x$.

2. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 3x$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.

3. Материальная точка движется по координатной прямой по закону $s(t) = 3t^2 - 2t + 4$ (перемещение s измеряется в метрах, время t — в секундах). Найдите скорость её движения в момент времени $t_0 = 2$ с.

4. Найдите производную данной функции $y = (x - 1)|x - 2|$ в точках $x = -3$ и $x = 2$.

5. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x) = x^2 + 4x\sqrt{3}$, в которой проведённая к нему касательная образует с положительным направлением оси абсцисс угол 60° .

6. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 6$, если эта касательная параллельна прямой $y = 2x - 8$.

7. В какой точке графика функции $y = x^2 - 6x + 12$ надо провести касательную, чтобы она проходила через точку с координатами $(2; 0)$?

Вариант 1

1. Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции:
 - 1) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 12x + 7$;
 - 2) $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$;
 - 3) $f(x) = \sin x + \cos 2x$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2|x - 1| - 5x$ на промежутке $[-2; 2]$.
3. Представьте число 60 в виде суммы двух положительных чисел так, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.
4. Исследуйте функцию $f(x) = 3x - x^2$ и постройте её график.
5. При каких значениях a функция $f(x) = \frac{(a + 1)x^3}{3} - (a + 1)x^2 + 3x$ возрастает на R ?

Вариант 2

1. Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции:
 - 1) $f(x) = 4 + 9x + 3x^2 - x^3$;
 - 2) $f(x) = \frac{x^2 + 5x}{x - 4}$;
 - 3) $f(x) = \sin x - \cos 2x$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2|x + 2| - 7x$ на промежутке $[-3; 2]$.
3. Представьте число 36 в виде суммы двух положительных чисел так, чтобы их произведение было наибольшим.
4. Исследуйте функцию $f(x) = x^4 - 4x^2$ и постройте её график.
5. При каких значениях a функция $f(x) = \frac{(a + 2)x^3}{3} + (a + 2)x^2 - 4x$ убывает на R ?

1 вариант

1). Основанием пирамиды $DABC$ является правильный треугольник ABC , сторона которого равна a . Ребро DA перпендикулярно к плоскости ABC , а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол в 30° .

Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

2). Основанием прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является ромб $ABCD$, сторона которого равна a и угол равен 60° . Плоскость AD_1C_1 составляет с плоскостью основания угол в 60° . Найдите:

- а) высоту ромба;
- б) высоту параллелепипеда;
- в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;
- г) площадь поверхности параллелепипеда.

2 вариант

1). Основанием пирамиды $MABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро MD перпендикулярно к плоскости основания, $AD = DM = a$. Найдите площадь поверхности пирамиды.

2). Основанием прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является параллелограмм $ABCD$, стороны которого равны $a\sqrt{2}$ и $2a$, острый угол равен 45° . Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма.

Найдите:

- а) меньшую высоту параллелограмма;
- б) угол между плоскостью ABC_1 и плоскостью основания;
- в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;
- г) площадь поверхности параллелепипеда.

ВАРИАНТ 1

Ответом к заданиям 1-6 является целое число или конечная десятичная дробь.

Задание 1. Для класса, в котором 24 ученика требуется закупить простые карандаши по 3 карандаша на ученика. Карандаши продаются в упаковках по 5 штук. Стоимость упаковки была 16 рублей. Сколько рублей придется потратить на приобретение карандашей, если упаковки подешевели на 20%?

Задание 2. Найдите значение любого из выражений.

2.1. $\operatorname{tg}^2 \alpha$, если $5 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha = 6$.

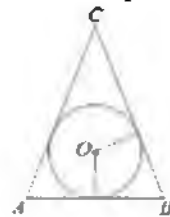
2.2. $\frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2}$ при $m \neq 0$.

Задание 3. Решите любое из уравнений.

3.1. Решите уравнение $\sin \frac{\pi(2x-3)}{6} = -0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

3.2. $x\sqrt{x-2} = 3x$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответ запишите наименьший корень.

Задание 4. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.



Задание 5. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 5$. Найдите угол DBD_1 . Ответ дайте в градусах.

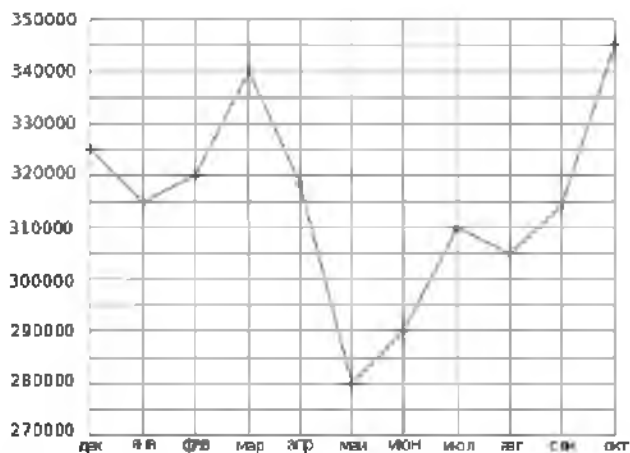
ВАРИАНТ 1

Ответом к заданиям 1-14 является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 1

1. На бензоколонке один литр бензина стоит 45 руб. 50 коп. Водитель залил в бак 20 литров бензина и купил бутылку воды за 50 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей, если у него есть скидка 10%?

2. На рисунке точками показана аудитория поискового сайта Ya.ru во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - количество посетителей сайта хотя бы раз в данном месяце. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей аудиторией сайта Ya.ru в указанный период.



3. В здании требуется установить 8 новых металлопластиковых окон. В таблице приведена информация о расценках трёх фирм, одной из которых предполагается поручить выполнение этого заказа. Какова стоимость самого выгодного варианта установки окон?

Фирма	Стоимость окна (руб. за шт.)	Стоимость работ (руб.)	Доставка (руб.)
А	4600	7000	900
В	4800	6000	Бесплатно
С	4900	5000	Бесплатно

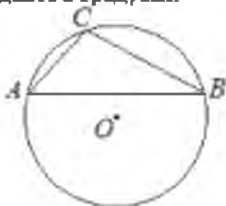
4. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



5. Бросили одновременно два игральных кубика. Определите вероятность, что на игральных кубиках выпадет разное количество очков. Ответ округлите до сотых.

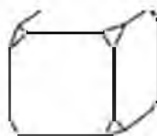
6. Найдите корень уравнения $x\sqrt{\frac{1}{x-1}} = \frac{x}{2}$. Если корней более одного, то в ответе запишите наименьший корень.

7. Хорда AB делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как 5:7. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$ (где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с? Если таких моментов несколько, то в ответе укажите наименьший из них.

9. От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рисунок). Сколько ребер у получившегося многогранника (невалидные ребра на рисунке не обозначены)?

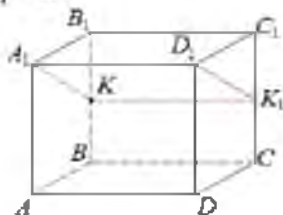


Часть 2

10. Найдите значение выражения $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2}$ при $6 \leq a \leq 10$.

11. На вход датчика подается электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t – время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, циклическая частота $\omega = 120^\circ/\text{с}$, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается индикатор. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы индикатор будет гореть?

12. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро $AB = 2$, ребро $AD = \sqrt{3}$, ребро $AA_1 = 2$. Точка K – середина ребра BB_1 . Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1 , D_1 и K .



13. Иван и Паша покрасят дом за 9 часов. Паша и Володя покрасят этот же дом за 12 часов, а Володя и Иван – за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят дом, работая втроем?

14. Найдите точку максимума функции $y = \sqrt[3]{-\frac{x}{x^2 + 289}}$.

В заданиях 15–21 дайте полное обоснованное решение и ответ

15. а) Решите уравнение $(2 \sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$.

б) Найдите все корни на промежутке $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

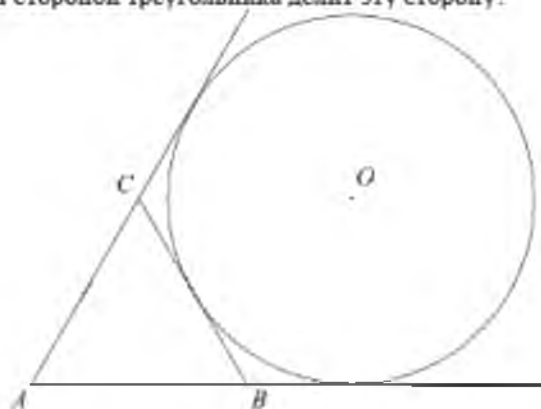
16. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите косинус угла между плоскостями $BA_1 C_1$ и $BA_1 D_1$.

17. Решите неравенство $3x - |x - 8| - |1 - x| \leq -6$.

18. Вневписанная окружность (см. рис.) равнобедренного треугольника касается его боковой стороны.

а) Докажите, что радиус этой окружности равен высоте треугольника, опущенной на его основание.

б) Известно, что радиус этой окружности в 4 раза больше радиуса вписанной окружности треугольника. В каком отношении точка касания вписанной окружности с боковой стороной треугольника делит эту сторону?



19. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 700 тысяч рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15-го числа n -го месяца долг составит 300 тысяч рублей;

— к 15-му числу $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите n , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 755 тысяч рублей.

20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 3|x+a| + |x^2 - x - 2|$$

меньше 2.

21. У Кости была кучка из 100 камешков. Каждый ход он делит какую-то из кучек на две меньших, пока у него не оказалось 100 кучек по одному камешку.

а) возможно ли, что в какой-то момент в каких-то 30 кучках было ровно 60 камешков;

б) возможно ли, что в какой-то момент в каких-то 20 кучках было в сумме ровно 60 камешков;

в) мог ли Костя действовать так, чтобы ни в какой момент не нашлось 19 кучек, в которых в сумме ровно 60 камешков?

Контрольная работа № 1 по теме «Показательная функция».

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = |2^x - 4|$.
2. Решите уравнение:
 - 1) $5^{x-2} - 5^x = 120$;
 - 2) $9^x - 7 \cdot 3^x = 18$.
3. Решите уравнение:
 - 1) $(6^{x-2})^{x-1} = \left(\frac{1}{6}\right)^x \cdot 36^{x+3}$;
 - 2) $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x = 5 \cdot 6^x$;
 - 3) $(\sqrt{3+2\sqrt{2}})^x + (\sqrt{3-2\sqrt{2}})^x = 6$.
5. Решите неравенство:
 - 1) $0,2 \frac{x^2-2x-24}{x-3} \geq 0,0016$;
 - 2) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0$.
6. При каких значениях параметра a уравнение $4^x - (a+2)2^x + 4a - 8 = 0$ имеет единственное решение?

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = \left| \left(\frac{1}{3}\right)^x - 9 \right|$.
2. Решите уравнение:
 - 1) $4^{x+3} - 4^x = 63$;
 - 2) $36^x - 4 \cdot 6^x = 12$.
3. Решите уравнение:
 - 1) $(2^{x-5})^{x+3} = 0,5^x \cdot 8^{x-6}$;
 - 2) $7 \cdot 81^x + 9 \cdot 49^x = 16 \cdot 63^x$;
 - 3) $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^x + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^x = 10$.
5. Решите неравенство:
 - 1) $0,3 \frac{x^2+x-15}{x+3} \geq 0,027$;
 - 2) $5^{2x-1} - 2 \cdot 5^x - 75 \geq 0$.

Контрольная работа № 2 по теме «Координаты в пространстве».

1 вариант.

- 1) Найдите координаты вектора \overrightarrow{AB} , если $A(5; -1; 3)$, $B(2; -2; 4)$.
- 2) Даны векторы $\vec{b} \{3; 1; -2\}$ и $\vec{c} \{1; 4; -3\}$. Найдите $|2\vec{b} - \vec{c}|$.
- 3) Изобразите систему координат $Oxyz$ и постройте точку $A(1; -2; -4)$. Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.
- 4) Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты:
 $A(-2; 0; 1)$, $B(-1; 2; 3)$, $C(8; -4; 9)$.
Найдите координаты вектора \overrightarrow{BM} , если BM – медиана $\triangle ABC$.

2 вариант.

1) Найдите координаты вектора \overrightarrow{AB} , если $A(6; 3; -2)$, $B(2; 4; -5)$.

2) Даны векторы $\vec{a} \{5; -1; 2\}$ и $\vec{b} \{3; 2; -4\}$. Найдите $|\vec{a} - 2\vec{b}|$.

3) Изобразите систему координат $Oxyz$ и постройте точку $B(-2; -3; 4)$.
Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.

4) Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты:
 $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 4)$, $C(3; -2; 1)$.

Найдите координаты вектора \overrightarrow{AM} , если AM – медиана $\triangle ABC$.

Контрольная работа № 3 по теме «Логарифмическая функция».

Вариант 1

1. Сравните $\log_{11} 12$ и $\log_{12} 11$.

2. Решите уравнение:

$$1) \log_5(x-1) + \log_5(x-3) = 1; \quad 3) \frac{2\log_3 x}{\log_3(4x-3)} = 1;$$

$$2) \log_6(x^2 + 5x - 10) = \log_6(x + 2); \quad 4) 2\log_4(x-1) + \log_4(x-3)^2 = 0.$$

3. Решите неравенство $\log_{0,2}(x+6) \geq \log_{0,2}(4-x)$.

4. Вычислите значение выражения $\frac{\log_4 8 + \log_4 2}{2\log_2 12 - \log_3 16}$.

5. Решите уравнение:

$$1) \log_2 x + 25\log_x 2 = 10; \quad 2) x^{\log_2 5} + 5^{\log_2 x} = 50.$$

6. Найдите множество решений неравенства $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 3 \geq 0$.

7. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = e^{-2x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.

8. Постройте график функции $y = \sqrt{\lg \cos^2 x}$.

Вариант 2

1. Сравните $\log_7 8$ и $\log_8 7$.

2. Решите уравнение:

$$1) \log_6(x+1) + \log_6(2x+1) = 1; \quad 3) \frac{2\log_5 x}{\log_5(6x-5)} = 1;$$

$$2) \log_7(x^2 - 12x - 4) = \log_7(8 - x); \quad 4) 2\log_6(x-3) + \log_6(x-5)^2 = 0.$$

3. Решите неравенство $\log_{0,4}(x-5) \leq \log_{0,4}(7-x)$.

4. Вычислите значение выражения $\frac{\lg 300 - \lg 3}{3\log_6 2 + \log_6 27}$.

5. Решите уравнение:

$$1) \log_5 x + \log_x 5 = 2; \quad 2) x^{\log_2 6} + 6^{\log_2 x} = 12.$$

6. Найдите множество решений неравенства $\log_3^2 x + 4\log_2 x - 5 \geq 0$.

7. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = \ln(4x-3)$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

8. Постройте график функции $y = \sqrt{\lg \sin^2 x}$.

Контрольная работа № 4 по теме «Интеграл».

Вариант 1

1. Вычислите интеграл:

$$1) \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x};$$

$$2) \int_1^3 \left(\frac{1}{x^2} - 3x^2 \right) dx.$$

2. Найдите первообразную функции $f(x) = 4x^2 - 4x + 5$, график которой проходит через точку $A(1; 6)$.

3. Вычислите интеграл:

$$1) \int_{-\pi}^{\pi} \left(4\cos 4x - \frac{1}{3}\sin \frac{x}{3} \right) dx;$$

$$2) \int_0^1 \left(\frac{5}{\sqrt{5x+4}} - x \right) dx.$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 6 - x^2$ и $y = x + 4$.

5. Для функции $y = x^2 + 2x$ найдите такую первообразную, что прямая $y = 3x$ является касательной к её графику.

6. Найдите объём тела, образованного вращением вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $y = 0$, $x = e$ и $x = e^4$.

7. Используя геометрический смысл интеграла, вычислите $\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \sqrt{5 - x^2} dx$.

Вариант 2

1. Вычислите интеграл:

$$1) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x};$$

$$2) \int_1^3 \left(2x - \frac{1}{x^2} \right) dx.$$

2. Найдите первообразную функции $f(x) = 3x^2 - 2x + 3$, график которой проходит через точку $M(1; -3)$.

3. Вычислите интеграл:

$$1) \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{3}\cos \frac{x}{3} + 4\sin 4x \right) dx;$$

$$2) \int_0^1 \left(\frac{3}{\sqrt{3x+1}} + x \right) dx.$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 5 - x^2$ и $y = 3 - x$.

5. Для функции $y = x^2 + 1$ найдите такую первообразную, что прямая $y = 2x$ является касательной к её графику.

6. Найдите объём тела, образованного вращением вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ и $x = \ln 3$.

7. Используя геометрический смысл интеграла, вычислите $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \sqrt{3 - x^2} dx$.

Контрольная работа № 5 по теме «Тела вращения».

1 вариант

- 1) Радиус основания цилиндра равен 5 см , а высота цилиндра равна 6 см . Найдите площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 4 см от нее.
- 2) Радиус шара равен 17 см . Найдите площадь сечения шара, удаленного от его центра на 15 см .
- 3) Радиус основания конуса равен 3 м , а высота 4 м . Найдите образующую и площадь осевого сечения.

2 вариант

- 1) Высота цилиндра 8 дм , радиус основания 5 дм . Цилиндр пересечен плоскостью параллельно оси так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от этого сечения до оси цилиндра.
- 2) Радиус сферы равен 15 см . Найдите длину окружности сечения, удаленного от центра сферы на 12 см .
- 3) Образующая конуса l наклонена к плоскости основания под углом в 30° . Найдите высоту конуса и площадь осевого сечения.

Контрольная работа за I учебное полугодие.

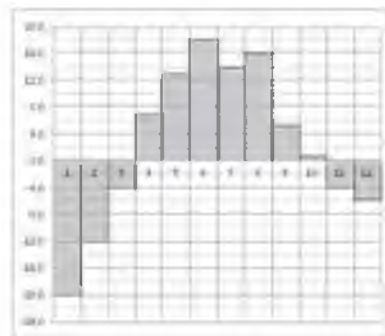
ВАРИАНТ 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 1

1. Выпускники 11 «А» покупают букеты цветов для последнего звонка: из 5 роз каждому учителю и из 9 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 17 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 30 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Воронеже за каждый месяц 1964 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия февраль был в среднем холоднее августа.

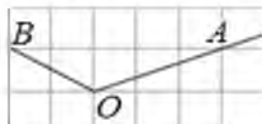


3. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 46. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

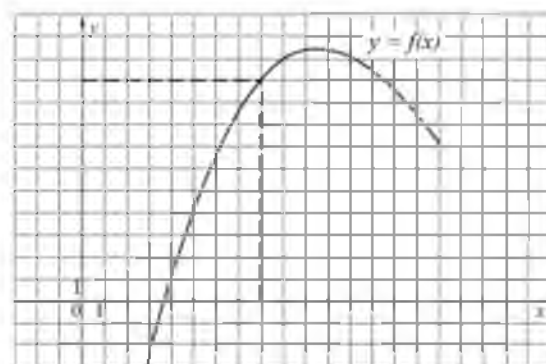
4. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 75 выступлений - по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день 27 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = 4^x$.

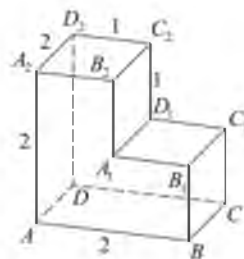
6. Найдите синус угла AOB . В ответе укажите значение синуса, умноженное на $2\sqrt{2}$.



7. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 8. Найдите $f'(8)$.



8. На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите расстояние между вершинами A и C_2 .



Часть 2

9. Найдите $-20\cos\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos\alpha = \frac{7}{25}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

10. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h – расстояние в метрах, t – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

11. Имеется 20 литров раствора соляной кислоты с концентрацией 10%. Сколько надо добавить концентрированной (концентрация – 40%) соляной кислоты, чтобы получить раствор с концентрацией 20%?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 2x + 3 + \operatorname{ctg} x - \frac{\pi}{2}$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

13. Решите уравнение $\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sin 2x\right) \left(1 + \sqrt{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}\right) = 0$.

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все ребра которой равны 4, точка N – середина ребра AC , точка O – центр основания пирамиды, точка P делит отрезок SO в отношении 3 : 1, считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая NP перпендикулярна прямой BS .

б) Найдите расстояние от точки B до прямой NP .

$$25^x + 5^{x+1} + 5^{1-x} + \frac{1}{25^x} \leq 12.$$

15. Решите неравенство

16. Окружность с центром O проходит через вершины B и C большей боковой стороны прямоугольной трапеции $ABCD$ и касается боковой стороны AD в точке T . Точка O лежит внутри трапеции $ABCD$.

а) Докажите, что угол BOC вдвое больше угла BTC .

б) Найдите расстояние от точки T до прямой BC , если основания трапеции AB и CD равны 4 и 9 соответственно.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 1 млн. рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн. рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн. рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система не имеет решений.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2(2y - x)a = 1 - 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 - 4(x - y)a = 4 - 4a - 7a^2. \end{cases}$$

19. Число S таково, что для любого представления S в виде суммы положительных слагаемых, каждое из которых не превосходит 1, эти слагаемые можно разделить на две группы так, что каждое слагаемое попадает только в одну группу и сумма слагаемых в каждой группе не превосходит 19.

а) Может ли число S быть равным 38?

б) Может ли число S быть больше 37.05?

в) Найдите максимально возможное значение S .

Контрольная работа № 6 по теме «Элементы теории вероятности».

Вариант 1

- О событиях A и B некоторого испытания известно, что $P(A) = 30\%$, $P(B) = 50\%$ и $P(A \cup B) = 80\%$. Найдите $P(A \cap B)$.
- Найдите значение $P(x = 5)$ и дисперсию случайной величины x .

Значение x	2	3	5	10
Вероятность, %	5	40		15

- Имеются два принтера, которые обслуживаются независимо один от другого. Вероятность того, что в определённый день в первом принтере закончится тонер, равна 3%, а во втором принтере — 1%. Найдите вероятность того, что в этот день можно будет пользоваться обоими принтерами.
- Вероятность того, что лотерейный билет выигрышный, равна 0,5%. Чему равна вероятность того, что из 20 купленных лотерейных билетов по крайней мере два окажутся выигрышными? Сколько лотерейных билетов нужно купить, чтобы ожидаемое количество выигрышных билетов было больше одного?
- В некоторой местности вероятность того, что наугад выбранный человек курит, равна 20%, а вероятность того, что наугад выбранный человек имеет сердечно-сосудистые заболевания, равна 30%. Известно, что среди людей, имеющих сердечно-сосудистые заболевания, в этой местности 60% курят. Найдите вероятность того, что наугад выбранный курильщик имеет сердечно-сосудистые заболевания.

Вариант 2

- О событиях A и B некоторого испытания известно, что $P(A) = 0,4$, $P(A \cup B) = 0,9$ и $P(A \cap B) = 0,3$. Найдите $P(B)$.
- Найдите значение $P(z = 0)$ и дисперсию случайной величины z .

Значение z	-2	0	1	4
Вероятность, %	30		20	40

- В математических олимпиадах обычно участвует больше мальчиков, а в олимпиадах по иностранному языку — девочек. Вероятность того, что кто-то из мальчиков победит на олимпиаде по математике, равна 0,7, а на олимпиаде по иностранному языку — 0,35. Найдите вероятность того, что на обеих олимпиадах победу одержат девочки.
- Вероятность того, что посетитель магазина совершит покупку, равна 40%. Какова вероятность того, что из 12 случайных посетителей магазина покупку совершат не меньше 10 людей? Сколько людей должны посетить магазин, чтобы ожидаемое количество покупок, совершённых ними, было не меньше 25?
- Известно, что 80% выпускаемых мобильных телефонов имеют доступ к сети Интернет, а 70% — имеют сенсорный экран. Вероятность того, что наугад выбранный телефон с сенсорным экраном будет иметь доступ к сети Интернет, равна 96%. Найдите вероятность того, что наугад выбранный телефон с доступом в Интернет будет иметь сенсорный экран.

Контрольная работа № 7 по теме «Тела вращения».

1 вариант

1. Две сферы, радиусы которых равны 7 и 5, имеют общее сечение, диаметр которого равен 8. Найдите расстояние между центрами этих сфер.
2. Два шара, радиусы которых равны 2 м и 8 м, касаются каждой из трех попарно взаимно перпендикулярных плоскостей. Чему может быть равно расстояние между центрами этих шаров?
3. Ребро основания правильной треугольной призмы равно 6. Шар касается всех ребер этой призмы. Найдите: а) радиус этого шара; б) высоту данной призмы.
4. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ высота MO равна h , а боковые грани — правильные треугольники. Найдите длину линии пересечения поверхности пирамиды со сферой, если:
а) MO — радиус сферы с центром M ;
б) MO — диаметр сферы.
5. В цилиндр, диаметр основания которого и его образующая равны 10, помещены два касающихся друг друга шара, радиус каждого из которых равен 3. Известно, что центры обоих шаров лежат в одном и том же осевом сечении цилиндра, при этом первый шар касается основания цилиндра и имеет с цилиндрической поверхностью одну общую точку, а второй шар также имеет с цилиндрической поверхностью одну общую точку. Как расположен второй шар относительно плоскости верхнего основания цилиндра? (Касается этой плоскости, не имеет с ней общих точек или имеет с ней общий круг.)

2 вариант

1. Две сферы, радиусы которых равны 9 и 5, имеют общее сечение, диаметр которого равен 6. Найдите расстояние между центрами этих сфер.
2. Два шара, радиусы которых равны 3 м и 4 м, касаются каждой из трех попарно взаимно перпендикулярных плоскостей. Чему может быть равно расстояние между центрами этих шаров?
3. Ребро основания правильной шестиугольной призмы равно 8. Шар касается всех ребер этой призмы. Найдите:
 - а) радиус шара;
 - б) высоту данной призмы.
4. В правильном тетраэдре $MABC$ высота MO равна h . Найдите длину линии пересечения поверхности тетраэдра со сферой, если:
 - а) MO — радиус сферы с центром M ;
 - б) MO — диаметр сферы.
5. В цилиндр, диаметр основания которого и его образующая равны 14, помещены два касающихся друг друга шара, радиус каждого из которых равен 4. Известно, что центры обоих шаров лежат в одном и том же осевом сечении цилиндра, при этом первый шар касается основания цилиндра и имеет с цилиндрической поверхностью одну общую точку, а второй шар также имеет с цилиндрической поверхностью одну общую точку. Как расположен второй шар относительно плоскости верхнего основания цилиндра? (Касается этой плоскости, не имеет с ней общих точек или имеет с ней общий круг.)

Контрольная работа № 8 по теме «Комплексные числа».

Вариант 1

1. На координатной плоскости отметили начало координат $O(0; 0)$ и точку $A(2; 5)$. Задайте в алгебраической форме комплексное число, равное вектору \overline{OA} . Найдите модуль этого комплексного числа.
2. Вычислите: $\frac{(2+i)^2 - 3}{i+1}$.
3. Найдите значение выражения z^7 , если $z = -\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{7}\right) + i\sin\frac{2\pi}{7}\right)$.
4. Решите уравнение $2z^2 + 5z + 4 = 0$ на множестве комплексных чисел.
5. Изобразите на комплексной плоскости все числа z , удовлетворяющие условию $|1 + z - 2i| > 1$.
6. Изобразите на комплексной плоскости все числа, являющиеся корнями третьей степени из числа $z = -1 - \sqrt{3}i$.

Вариант 2

1. На координатной плоскости отметили начало координат $O(0; 0)$ и точку $B(-3; 1)$. Задайте в алгебраической форме комплексное число, равное вектору \overline{OB} . Найдите модуль этого комплексного числа.
2. Вычислите: $\frac{-8 + 4i}{-i(2-i) - 1}$.
3. Найдите значение выражения z^5 , если $z = 2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{5}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{5}\right)\right)$.
4. Решите уравнение $3z^2 - 3z + 2 = 0$ на множестве комплексных чисел.
5. Изобразите на комплексной плоскости все числа z , удовлетворяющие условию $|z - 2| = |z + i|$.
6. Изобразите на комплексной плоскости все числа, являющиеся корнями третьей степени из числа $z = -1 + \sqrt{3}i$.

Контрольная работа № 9 по теме «Объёмы тел. Площадь сферы».

1 вариант

- 1) Образующая конуса равна 60 см , высота 30 см . Найдите объём конуса.
- 2) Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетом 6 см и острым углом 45° . Объём призмы равен 108 см^3 . Найдите площадь полной поверхности призмы.
- 3) Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $8\sqrt{2}\text{ см}$. Найдите объём цилиндра.

2 вариант

- 1) Образующая конуса, равная 12 см , наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найдите объём конуса.
- 2) Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и углом 60° . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объём призмы.
- 3) Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $6\sqrt{2}\text{ см}$. Найдите объём цилиндра.

Контрольная работа № 10 по теме «Объёмы тел. Площадь сферы».

1 вариант

- 1) Диаметр шара равен высоте конуса, образующая которого составляет с плоскостью основания угол, равный 60° . Найдите отношение объёмов конуса и шара.
- 2) Объём цилиндра равен $96\pi\text{ см}^3$, площадь его осевого сечения 48 см^2 . Найдите площадь сферы, описанной около цилиндра.
- 3) В конус вписана пирамида. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2p$, а прилежащий угол равен 30° . Боковая грань пирамиды, проходящая через данный катет, составляет с плоскостью основания угол 45° . Найдите объём конуса.

2 вариант

- 1) Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого есть квадрат. Найдите отношение объёмов шара и цилиндра.
- 2) В конус, осевое сечение которого есть правильный треугольник, вписан шар. Найдите отношение площади сферы к площади боковой поверхности конуса.
- 3) В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2p$, а прилежащий угол равен 60° . Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью её основания угол 45° . Найдите объём цилиндра.

Итоговая контрольная работа.

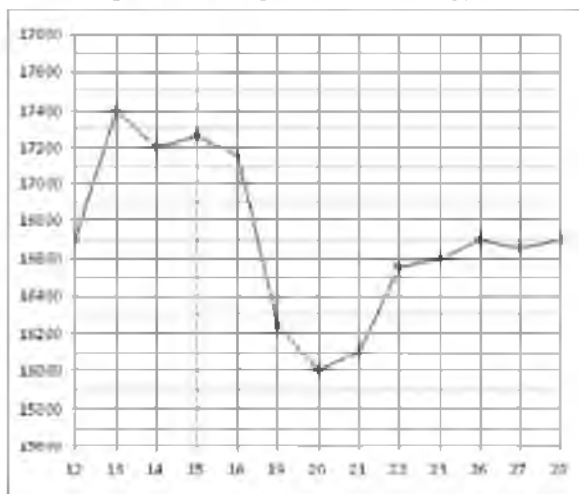
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Занесите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

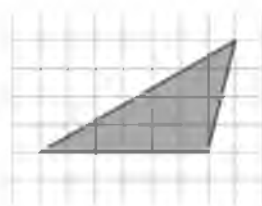
- 1 Студент получил свой первый гонорар в размере 1100 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет гвоздик для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество гвоздик сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13 % гонорара, гвоздики стоят 40 рублей за штуку и букет должен состоять из вчетного числа цветов?

Ответ: _____.

- 2 На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 12 по 28 ноября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____

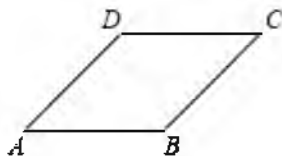
- 4 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____

- 5 Найдите корень уравнения $\log_2(8 + 3x) = \log_2(3 + x) + 1$.

Ответ: _____

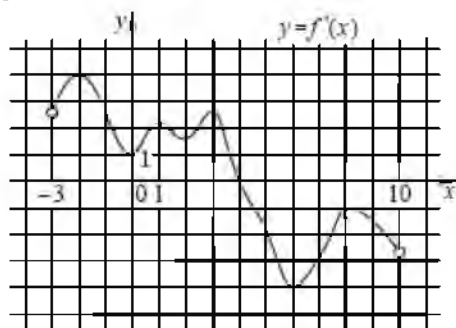
- 6 Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 38 и 4.



Ответ: _____

7

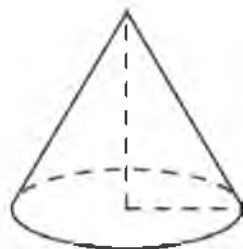
На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 10)$. В какой точке отрезка $[0; 4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____

8

Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличится в 17 раз, а высота останется прежней?



Ответ: _____

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\frac{-8\sin 422^\circ}{\sin 62^\circ}$.

Ответ: _____.

10 Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1420$ К, $a = -20$ К/мин², $b = 180$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1700 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

11 Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 15 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 2 дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за 3 дня?

Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{4}{3}x\sqrt{x} + 12x + 15$.

Ответ:

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{\log_2(\sin x) + \log_2(\cos x)}{2\cos x + \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

14

В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ известна сторона квадрата $ABCD$, лежащего в основании. — она равна 8. Противоположные боковые грани пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MC .

а) Докажите, что сечение треугольной пирамиды $MABC$ плоскостью α является параллелограммом.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $MABC$ плоскостью α .

15

Решите неравенство $5 \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x + 9} < 1$.

16

Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от верши B и D .

а) Докажите, что лучи BM и BD делят угол ABC на три равные части.

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 6\sqrt{21}$.

17

Василий взял кредит в банке на срок 14 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 8%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Василием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Василием банку?

18

Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\left(x^2 - 3 + \sqrt{2x + a}\right)^2 = \left(x^2 - 3\right)^2 + 2x + a$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 2]$.

19

На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, разность которых делится на 5.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 34, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 9 до 20 включительно?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, произведение которых оканчивается на цифру 1, если изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 59 до 92 включительно?

в) Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 59 до 92 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?